



MODULE DE MÉCANIQUE

Plan du cours



Rappels Vectoriels



Cinématique du point



Dynamique du point



Travail et énergie



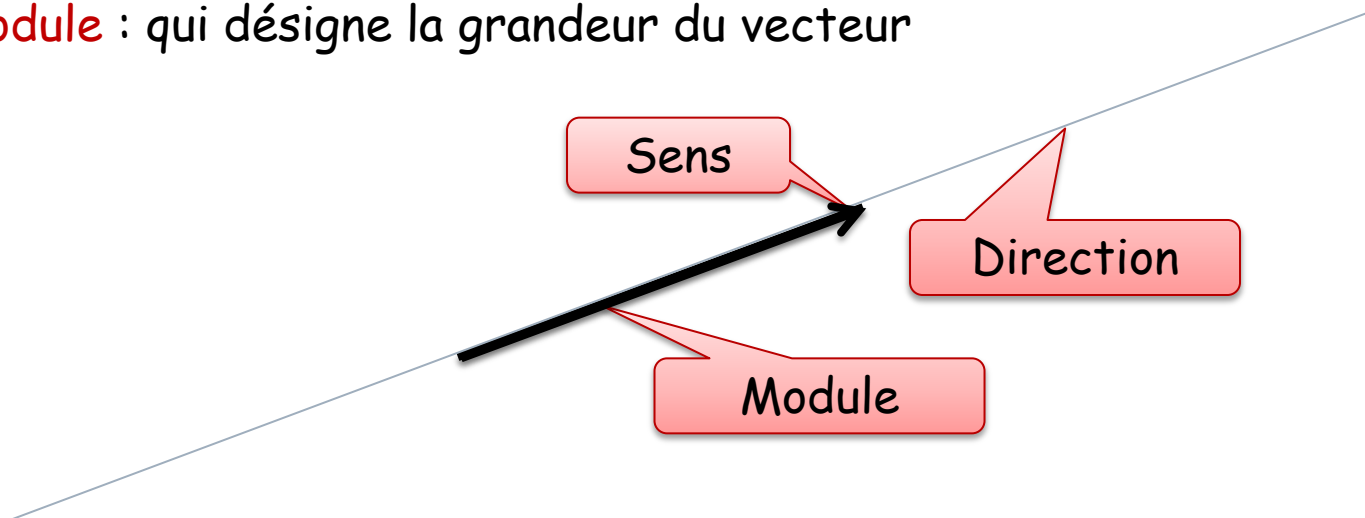
Rappels Vectoriels

Rappels Vectoriels

I- Définition d'un Vecteur:

Un vecteur est une grandeur définie par trois paramètres:

- Une **direction** : qui désigne le support du vecteur
- Un **sens** : qui désigne l'orientation du vecteur
- un **module** : qui désigne la grandeur du vecteur





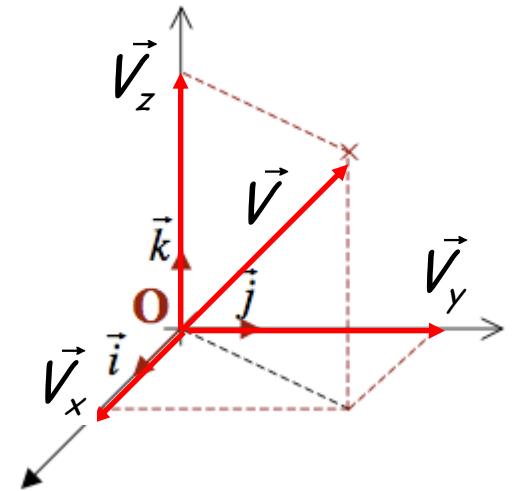
II- Composantes d'un Vecteur:

On choisit un repère orthonormé (O, x, y, z)

On décompose le vecteur V suivant les axes ox , oy et oz

Ce vecteur s'écrit donc dans ce repère comme:

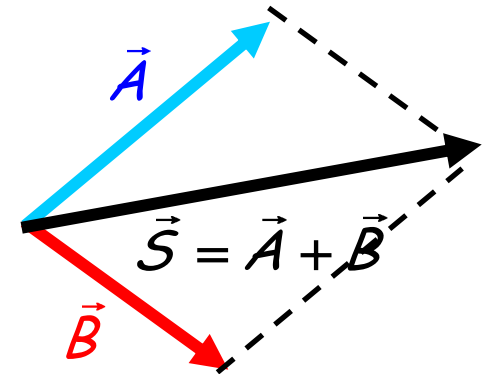
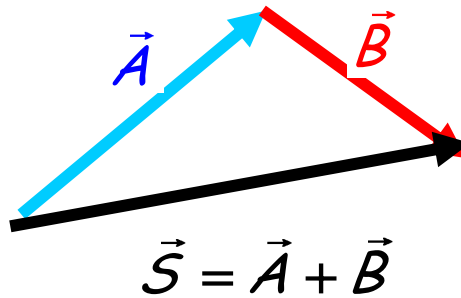
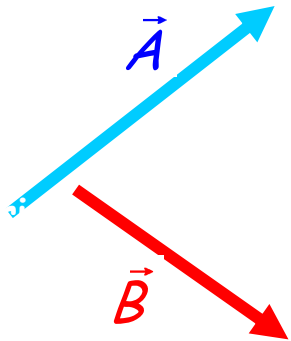
$$\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y + \vec{V}_z = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k}$$





III- Somme de deux Vecteurs:

On veut faire la somme des deux vecteurs $\vec{S} = \vec{A} + \vec{B}$

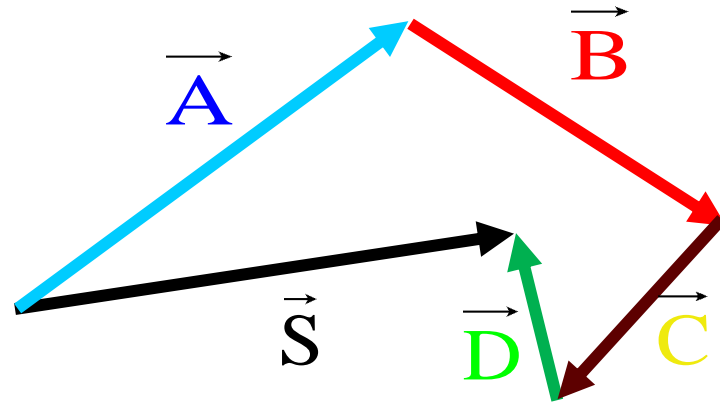
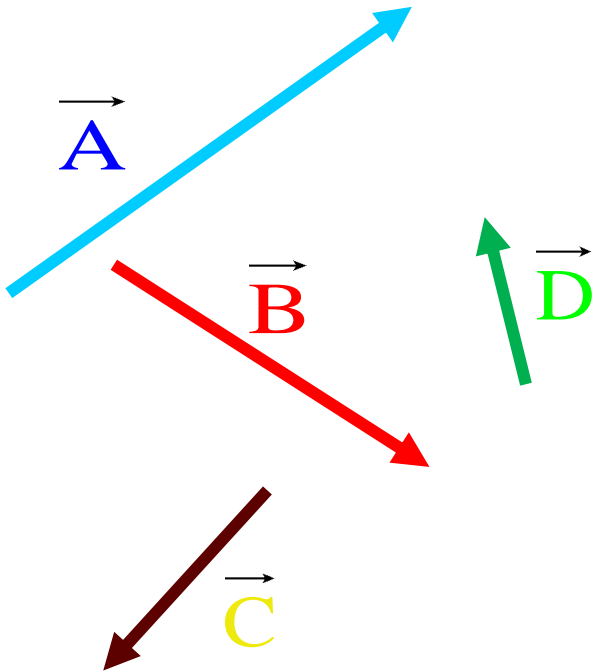




IV- Somme de plusieurs Vecteurs:

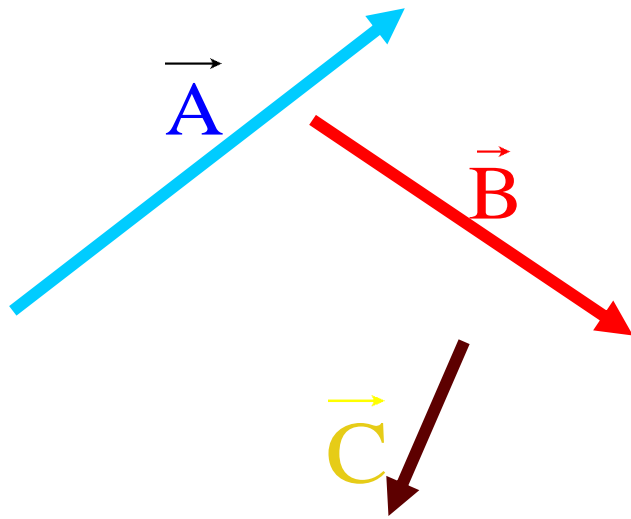
On veut calculer le vecteur somme de plusieurs vecteur

$$\vec{S} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$$

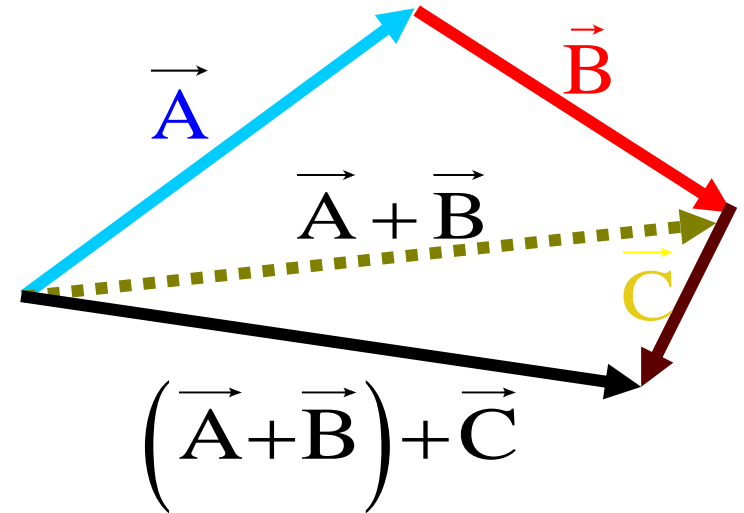




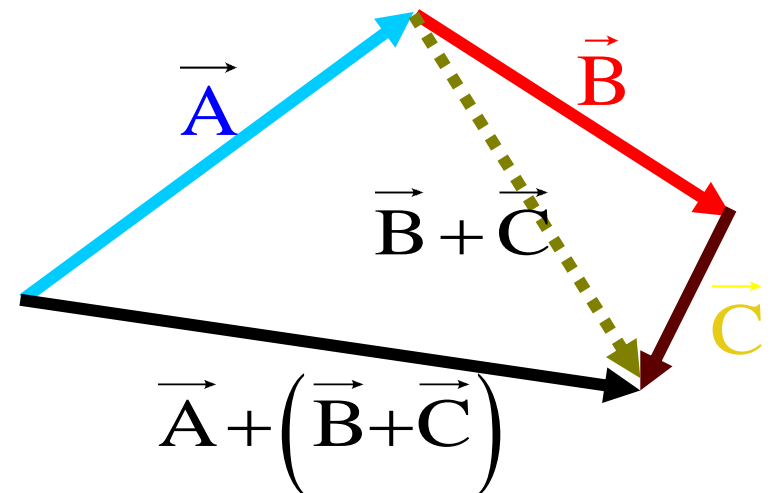
✓- L'addition de vecteurs est associative:



$$(\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C}$$



$$\vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$$



$$(\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$$



VI- Multiplication de vecteurs par un scalaire :

La multiplication d'un vecteur \vec{A} par un scalaire p est un vecteur :

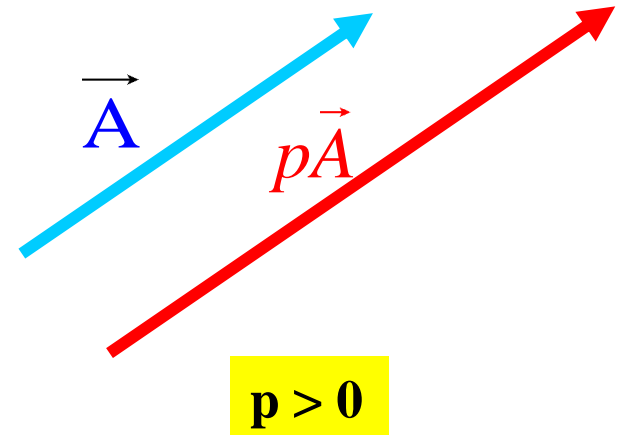
$$\vec{C} = p\vec{A}$$

Dont la direction est celle de \vec{A} , et le module est :

$$C = pA$$

Le sens est :

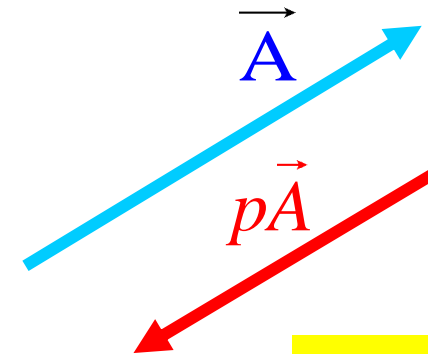
Celui de \vec{A} si p est positif





VI- Multiplication de vecteurs par un scalaire :

Contraire à \vec{A} si p est positif



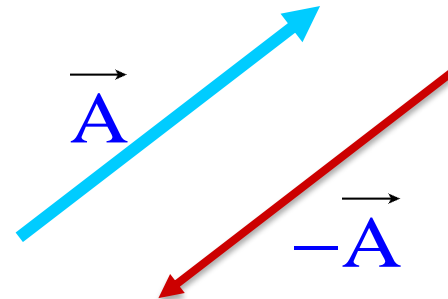
VII- Vecteurs opposés:

Si $p = -1$

$p < 0$

On a les vecteurs

\vec{A} et $-\vec{A}$

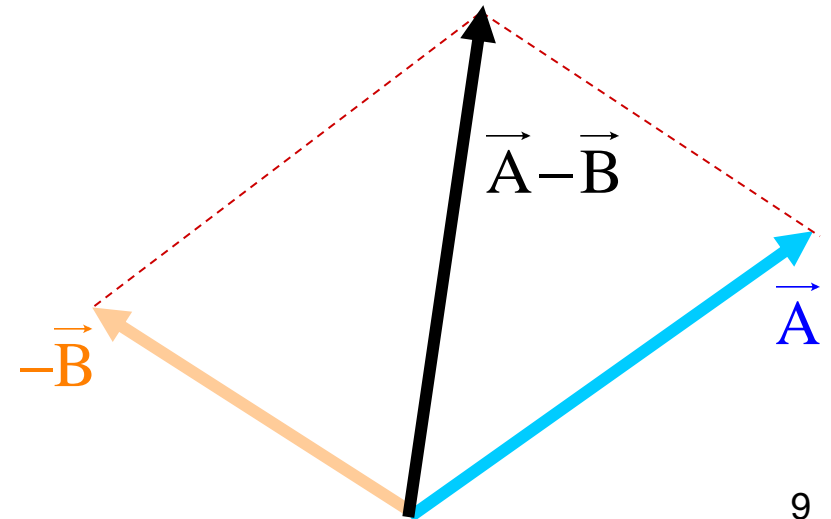
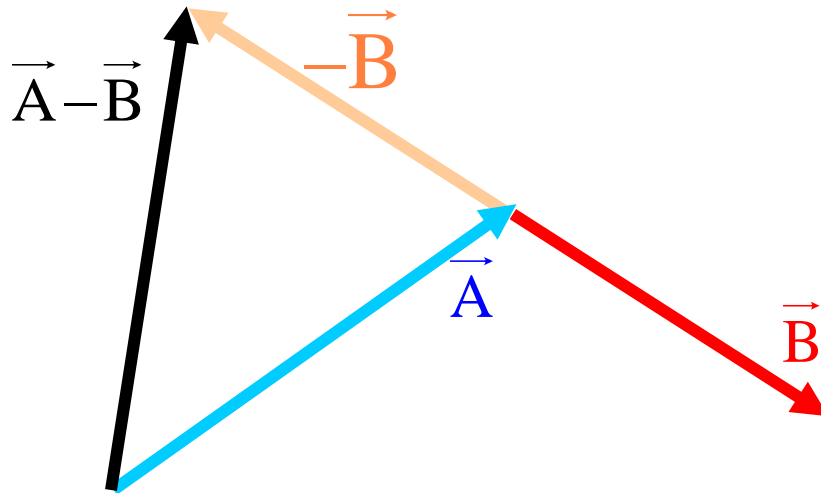
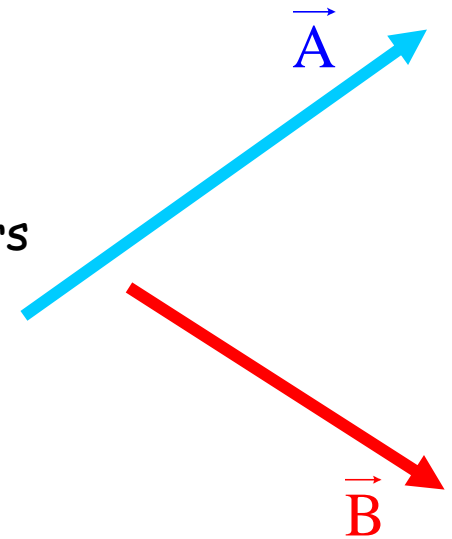




III- Soustraction de deux Vecteurs:

On veut calculer le vecteur différence de deux vecteurs

$$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (-\vec{B})$$





EXEMPLES

Exercice 1 :

Soient les vecteurs $\vec{V}_1 = 2(\vec{i} + \vec{j})$, $\vec{V}_2 = -4\vec{i}$, $\vec{V}_3 = 4\vec{i} - 2\vec{j}$

Construire sur une feuille de papier millimétré les vecteurs :

$$\vec{A} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$$

$$\vec{B} = \vec{V}_3 - \vec{V}_2$$

$$\vec{C} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2 + 2\vec{V}_3$$

Exercice 2 :

Soient les vecteurs $\vec{V}_1 = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{V}_2 = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 3\vec{k}$ et $\vec{V}_3 = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$

Trouver les modules de \vec{V}_3 , $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3$ et $2\vec{V}_1 - 3\vec{V}_2 - 5\vec{V}_3$

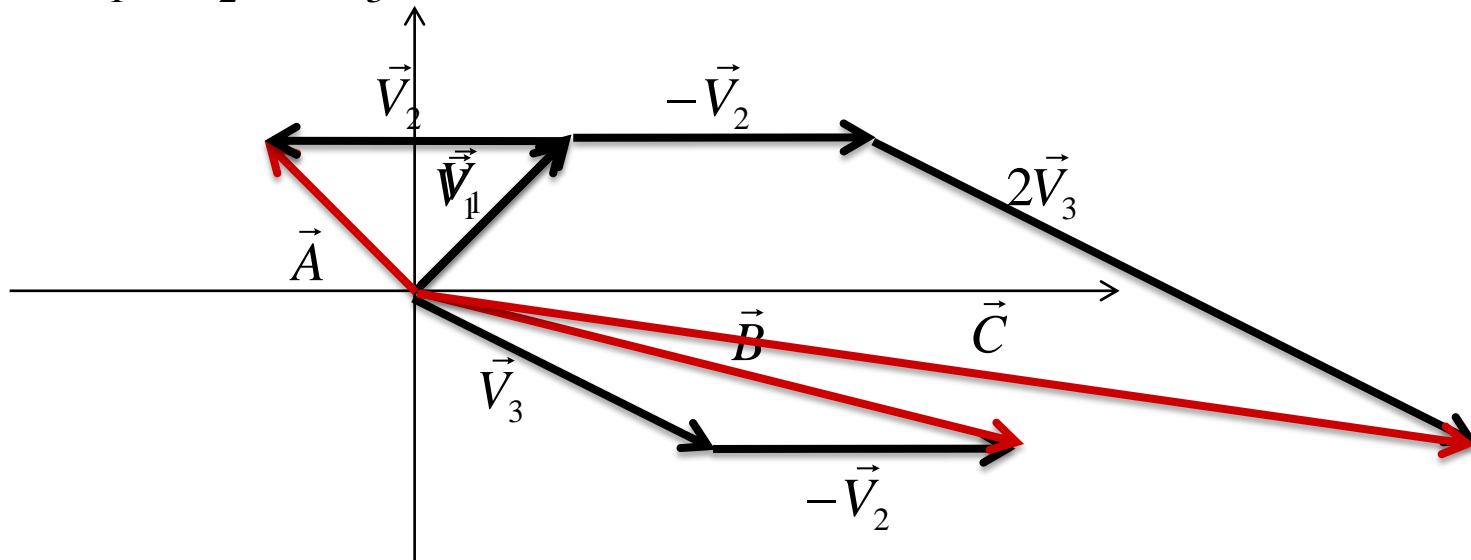
Exercice 1:

On peut calculer analytiquement ou graphiquement

$$\vec{A} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 = 2(\vec{i} + \vec{j}) - 4\vec{i} = -2\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\vec{B} = \vec{V}_3 - \vec{V}_2 = (4\vec{i} - 2\vec{j}) - (-4\vec{i}) = 8\vec{i} - 2\vec{j}$$

$$\vec{C} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2 + 2\vec{V}_3 = 2(\vec{i} + \vec{j}) - (-4\vec{i}) + 2(4\vec{i} - 2\vec{j}) = 14\vec{i} - 2\vec{j}$$





Exercice 2: Soient les vecteurs :

$$\vec{V}_1 = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k} \quad \vec{V}_2 = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 3\vec{k} \quad \text{et} \quad \vec{V}_3 = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$$

Trouver les modules de : \vec{V}_3 $\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3$ et $2\vec{V}_1 - 3\vec{V}_2 - 5\vec{V}_3$

$$\vec{V}_3 = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$$

$$\|\vec{V}_3\| = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2 + (2)^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 = 4\vec{i} - 4\vec{j} + 0\vec{k}$$

$$\|\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3\| = \sqrt{(4)^2 + (-4)^2 + (0)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$2\vec{V}_1 - 3\vec{V}_2 - 5\vec{V}_3 = 5\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$$

$$\|2\vec{V}_1 - 3\vec{V}_2 - 5\vec{V}_3\| = \sqrt{(5)^2 + (-2)^2 + (1)^2} = \sqrt{30}$$



VIII- Produit scalaire de deux vecteurs

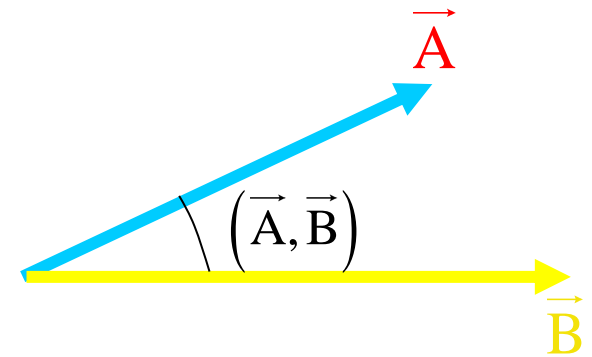
Définition

Le produit scalaire de deux vecteurs est un scalaire qui s'écrit:

$$\vec{A} \cdot \vec{B}$$

La valeur de ce produit est donnée par:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos(\vec{A}, \vec{B})$$



C'est donc un nombre qui peut être donc positif ou négatif



VIII- Produit scalaire de deux vecteurs

Propriétés

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \text{ si } \vec{A} \perp \vec{B}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB \text{ si } \vec{A} // \vec{B}$$

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$p(\vec{A} \cdot \vec{B}) = (p\vec{A}) \cdot \vec{B} = \vec{A} \cdot (p\vec{B}) = p\vec{A} \cdot \vec{B}$$



VIII- Produit scalaire de deux vecteurs

Expression en composantes cartésiennes

Si on connaît les composantes des vecteurs A et B alors:

$$\vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}$$

$$\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}) \cdot (A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k})$$

En appliquant les propriétés du produit scalaire on a:

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1 \quad \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 0$$

Et enfin:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$



IX- Produit vectoriel de deux vecteurs

Définition: Le produit vectoriel de deux vecteurs est un vecteur

$$\vec{V} = \vec{A} \wedge \vec{B}$$

Le module est :

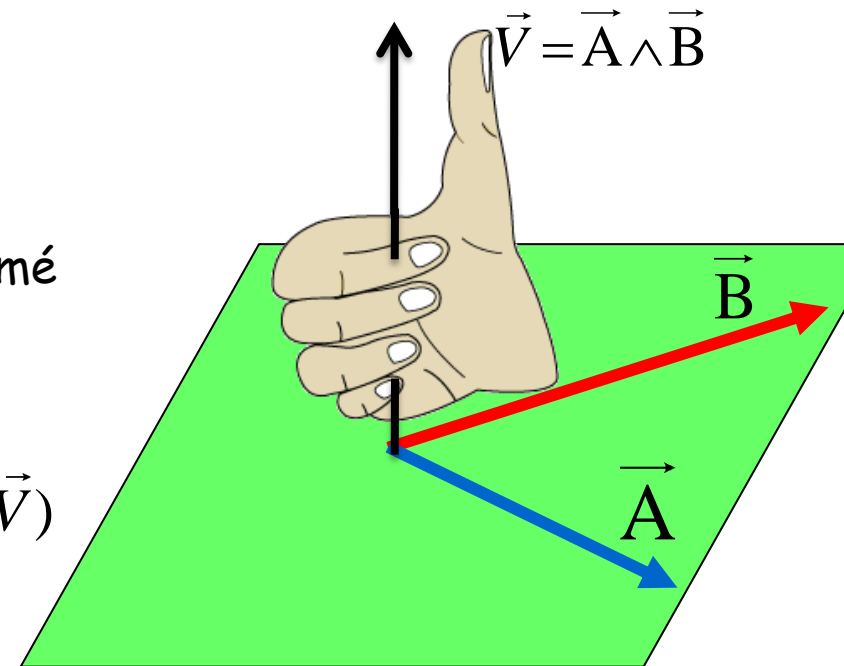
$$|\vec{V}| = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \sin(\angle(\vec{A}, \vec{B}))$$

Caractéristiques:

- Le vecteur \vec{V} est perpendiculaire au plan formé par \vec{A} et \vec{B} .

-Orienté de telle sorte que le trièdre $(\vec{A}, \vec{B}, \vec{V})$ soit direct.

On utilise donc la règle de la main droite





VIII- Produit scalaire de deux vecteurs

Propriétés:

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = -\vec{B} \wedge \vec{A}$$

$$\vec{A} \wedge (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \wedge \vec{B} + \vec{A} \wedge \vec{C}$$

$$p(\vec{A} \wedge \vec{B}) = (p\vec{A}) \wedge \vec{B} = \vec{A} \wedge (p\vec{B})$$

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \vec{0} \quad \text{soit : } \vec{A} = \vec{0} \quad \text{soit : } \vec{B} = \vec{0} \quad \text{ou alors : } \vec{A} // \vec{B}$$

$$|\vec{A} \wedge \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \quad \text{alors} \quad \vec{A} \perp \vec{B}$$

$$\vec{A} \wedge (\vec{B} \wedge \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$



VIII- Produit scalaire de deux vecteurs

Expression cartésienne

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = + \begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} A_x & A_z \\ B_x & B_z \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix} \vec{k}$$

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = (A_y B_z - A_z B_y) \vec{i} + (A_z B_x - A_x B_z) \vec{j} + (A_x B_y - A_y B_x) \vec{k}$$



EXEMPLES

Exercice 3 :

Soient les vecteurs

$$\vec{V}_1 = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k} \quad \vec{V}_2 = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 3\vec{k} \quad \text{et} \quad \vec{V}_3 = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$$

Trouver les angles (\vec{V}_1, \vec{V}_2) et (\vec{V}_2, \vec{V}_3)

Exercice 4 :

Déterminer la valeur de a telle que les vecteurs $\vec{V}_1 = 2\vec{i} + a\vec{j} + \vec{k}$ et $\vec{V}_2 = 4\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$ soient perpendiculaires.

Exercice 5 :

Soient les vecteurs $\vec{V}_1 = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ $\vec{V}_2 = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ et $\vec{V}_3 = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$

.Trouver, en précisant sa nature (vecteur ou scalaire), lorsque le résultat existe :

$$(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) \cdot \vec{V}_3 \quad (\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) \cdot \vec{V}_3$$



Exercice 3 :

Soient les vecteurs

$$\vec{V}_1 = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k} \quad \vec{V}_2 = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 3\vec{k} \quad \text{et} \quad \vec{V}_3 = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$$

Trouver les angles

$$(\vec{V}_1, \vec{V}_2) \quad \text{et} \quad (\vec{V}_2, \vec{V}_3)$$

Corrigé Exercice 3 :

Par définition le produit scalaire s'écrit:

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = V_1 V_2 \cos(\vec{V}_1, \vec{V}_2)$$

Calculons les modules des vecteurs V_1 et V_2

$$V_1 = \sqrt{(3)^2 + (-2)^2 + (1)^2} = \sqrt{14}$$

$$V_2 = \sqrt{(2)^2 + (-4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{29}$$

On calcule le produit scalaire des deux vecteurs:

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = (3)(2) + (-2)(-4) + (1)(-3) = 11$$

On en déduit l'angle entre les deux vecteurs:

$$\cos(\vec{V}_1, \vec{V}_2) = \frac{\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2}{V_1 V_2} = \frac{11}{\sqrt{14}\sqrt{29}}$$



Exercice 3 :

Soient les vecteurs

$$\vec{V}_1 = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k} \quad \vec{V}_2 = 2\vec{i} - 4\vec{j} - 3\vec{k} \quad \text{et} \quad \vec{V}_3 = -\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$$

Trouver les angles

$$(\vec{V}_1, \vec{V}_2) \quad \text{et} \quad (\vec{V}_2, \vec{V}_3)$$

Corrigé de l'exercice 3 :

Par définition le produit scalaire s'écrit:

$$\vec{V}_2 \cdot \vec{V}_3 = V_2 V_3 \cos(\vec{V}_2, \vec{V}_3)$$

Calculons les modules des vecteurs V_1 et V_2

$$V_2 = \sqrt{(2)^2 + (-4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{29}$$

$$V_3 = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2 + (2)^2} = \sqrt{9}$$

On calcule le produit scalaire des deux vecteurs:

$$\vec{V}_2 \cdot \vec{V}_3 = (2)(-1) + (-4)(2) + (-3)(2) = -16$$

On en déduit l'angle entre les deux vecteurs:

$$\cos(\vec{V}_2, \vec{V}_3) = \frac{\vec{V}_2 \cdot \vec{V}_3}{V_2 V_3} = \frac{(-16)}{\sqrt{29}\sqrt{9}}$$

Exercice 4 :



Déterminer la valeur de a telle que les vecteurs

$$\vec{V}_1 = 2\vec{i} + a\vec{j} + \vec{k} \quad \text{et} \quad \vec{V}_2 = 4\vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$$

soient perpendiculaires.

Corrigé de l'exercice 4 :

On calcule le produit scalaire des deux vecteurs:

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = (+2)(+4) + (+a)(-2) + (+1)(-2) = -2a + 6$$

Deux vecteurs sont perpendiculaires si leur produit scalaire est nul:

$$\vec{V}_1 \cdot \vec{V}_2 = 0$$

On obtient donc:

$$-2a + 6 = 0 \Rightarrow a = 3$$



Exercice 5 :

Soient les vecteurs

$$\vec{V}_1 = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \quad \vec{V}_2 = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \quad \text{et} \quad \vec{V}_3 = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$$

Trouver, en précisant sa nature (vecteur ou scalaire), lorsque le résultat existe :

$$(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) \cdot \vec{V}_3 \quad (\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) \cdot \vec{V}_3$$

Corrigé de l'exercice 5 :

On calcule d'abord le produit vectoriel des vecteurs V_1 et V_2

$$(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -\vec{i} + 7\vec{j} + 5\vec{k} = \vec{V}_4$$

Le résultat est un vecteur et on calcule le produit vectoriel de ce vecteur avec V_3

$$(\vec{V}_4 \wedge \vec{V}_3) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 7 & 5 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix} = 24\vec{i} + 7\vec{j} - 5\vec{k}$$

Le résultat final est un vecteur



Exercice 5 :

Soient les vecteurs

$$\vec{V}_1 = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \quad \vec{V}_2 = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \quad \text{et} \quad \vec{V}_3 = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$$

Trouver, en précisant sa nature (vecteur ou scalaire), lorsque le résultat existe :

$$(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) \cdot \vec{V}_3 \quad (\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) \cdot \vec{V}_3$$

Corrigé de l'exercice 5 :

On calcule d'abord le produit vectoriel des vecteurs V_1 et V_2

$$(\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2) = \begin{pmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} = -\vec{i} + 7\vec{j} + 5\vec{k} = \vec{V}_4$$

Le résultat est un vecteur et on calcule le produit scalaire de ce vecteur avec V_3

$$(\vec{V}_4 \cdot \vec{V}_3) = (-1)(1) + (+7)(-2) + (+5)(+2)$$

$$(\vec{V}_4 \cdot \vec{V}_3) = -5$$

Le résultat final est un scalaire

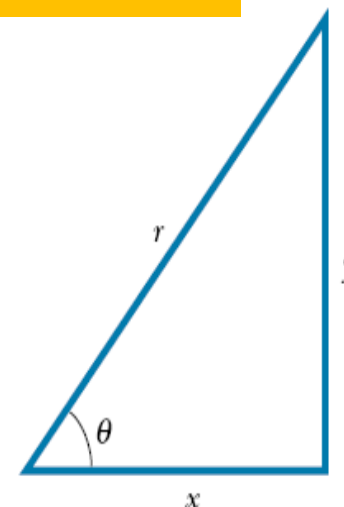


Rappel de trigonométrie:

$$\sin \theta = \frac{y}{r}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$



$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - \sin^2 a$$

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\sin \theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$$

$$\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \times \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \times \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \times \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \times \sin \frac{p-q}{2}$$

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$$

$$e^{-i\theta} = \cos \theta - i \sin \theta$$



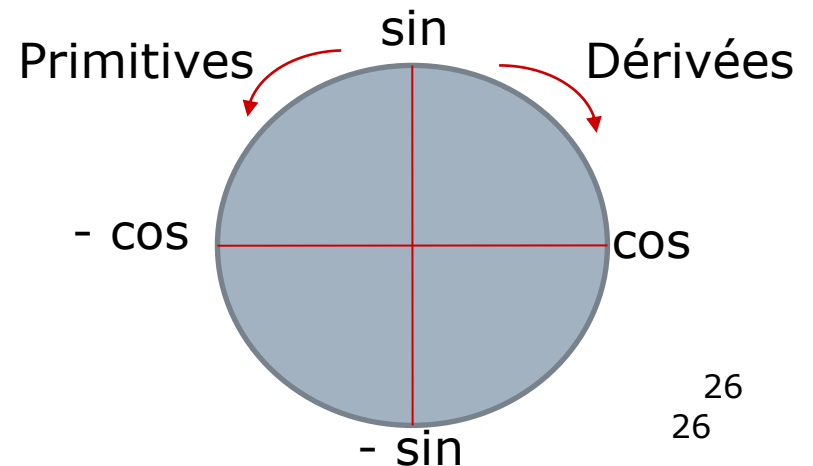
Propriétés de trigonométrie:

Angle	Sinus	Cosinus	Tangente
0	0	1	0
$\pi/6$ (30°)	1/2	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$
$\pi/3$ (60°)	$\sqrt{3}/2$	1/2	$\sqrt{3}$
$\pi/4$ (45°)	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
$\pi/2$ (90°)	1	0	$+\infty$
π (180°)	0	-1	0
$-\alpha$	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$-\tan \alpha$
$\pi - \alpha$	$\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\tan \alpha$
$\pi + \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\tan \alpha$
$\pi/2 - \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$1/\tan \alpha$

Dérivées de trigonométrie

$$(\sin \theta)' = \cos \theta$$

$$(\cos \theta)' = -\sin \theta$$





Calcul infinitésimal



Isaac Newton
(1643–1727)

$$x = t^n$$

$$\frac{dx}{dt} = nt^{n-1}$$

$$x = c$$

$$\frac{dx}{dt} = 0$$

$$x = cu$$

$$\frac{dx}{dt} = c \frac{du}{dt}$$

$$x = u + v$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{du}{dt} + \frac{dv}{dt}$$

$$x = f(u)$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{df}{du} \frac{du}{dt}$$



Gottfried Wilhelm Leibniz
(1646 –1716)



Rappel de Mathématique

Différentielle d'une fonction:

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz$$

$\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ et $\frac{\partial f}{\partial z}$: sont les dérivées partielles de $f(x, y, z)$

gradient d'une fonction:

$$\overrightarrow{\text{grad}} f = \frac{\partial f}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z} \vec{k}$$



Dérivée d'un vecteur unitaire:

$$\vec{u} = \cos \theta \vec{i} + \sin \theta \vec{j}$$

$$\vec{u}' = \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \vec{i} + \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \vec{j}$$

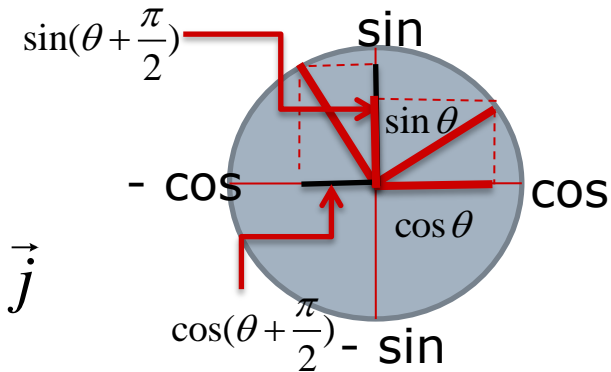
$$\cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \theta \quad \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \theta$$

$$\vec{u}' = -\sin \theta \vec{i} + \cos \theta \vec{j}$$

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = -\sin \theta \frac{d\theta}{dt} \vec{i} + \cos \theta \frac{d\theta}{dt} \vec{j} = \frac{d\theta}{dt} (-\sin \theta \vec{i} + \cos \theta \vec{j})$$

Donc: $\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \vec{u}'$ Et :

$$\frac{d\vec{u}'}{dt} = -\frac{d\theta}{dt} \vec{u}$$





Système international d'unités (SI)

Adopté par la 11e Conférence générale des poids et mesures (1960)

Tableau 5. Préfixes SI

Facteur	Nom	Symbole	Facteur	Nom	Symbole
10^1	déca	da	10^{-1}	déci	d
10^2	hecto	h	10^{-2}	centi	c
10^3	kilo	k	10^{-3}	milli	m
10^6	méga	M	10^{-6}	micro	μ
10^9	giga	G	10^{-9}	nano	n
10^{12}	téra	T	10^{-12}	pico	p
10^{15}	péta	P	10^{-15}	femto	f
10^{18}	exa	E	10^{-18}	atto	a
10^{21}	zetta	Z	10^{-21}	zepto	z
10^{24}	yotta	Y	10^{-24}	yocto	y



La mécanique classique et ses héros



Galileo Galilei *dit* Galilée
(1594–1642)



Isaac Newton
(1643–1727)



Pierre Varignon
(1654–1722)



Leonhard Euler
(1707–1783)