Travail et Energie

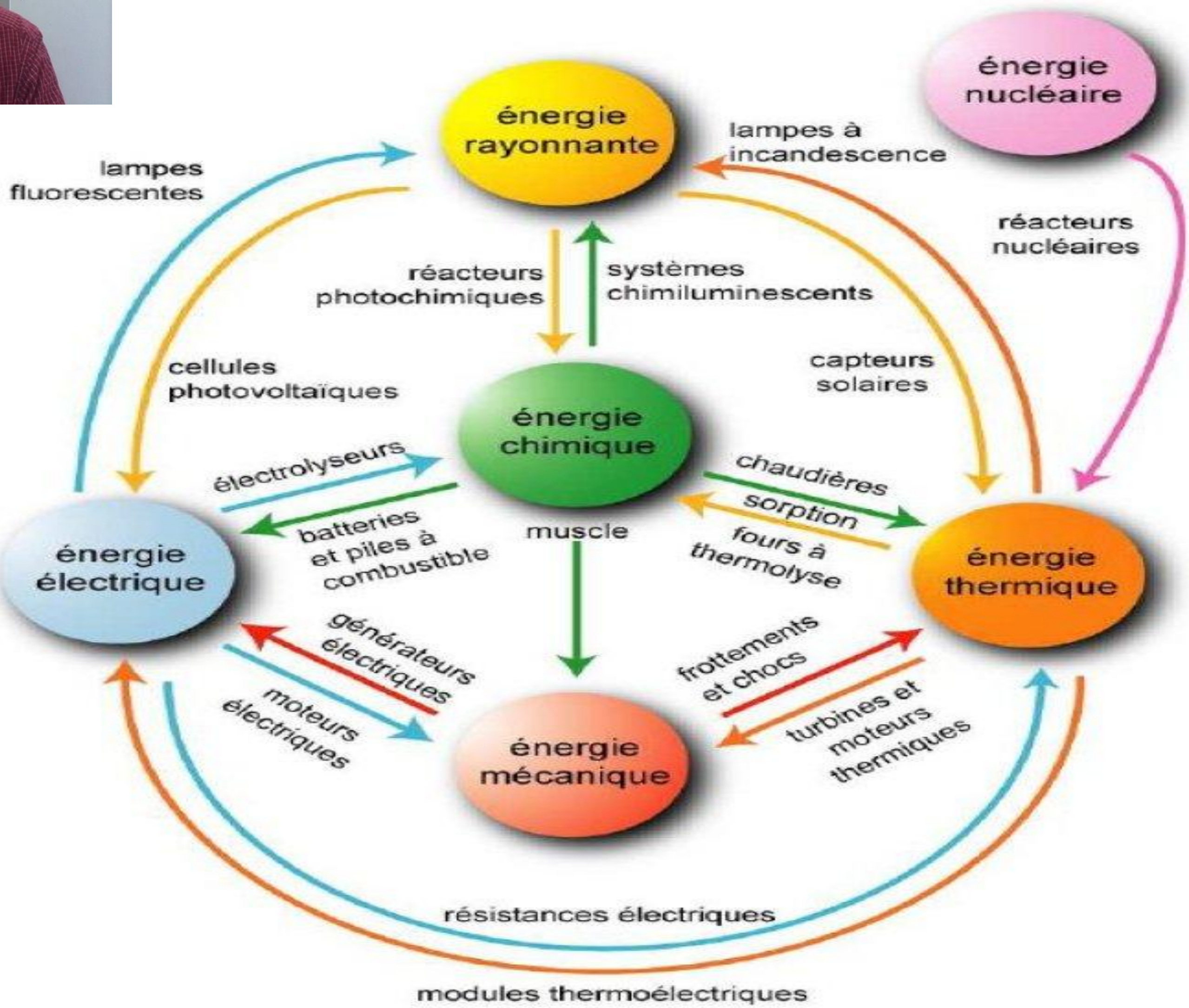
I- Introduction:

Dans les chapitres précédents nous avons étudiez deux invariants:

- Quantité de mouvement constante pour un système isolé
- Moment cinétique constant pour une force centrale

Nous allons maintenant définir un autre invariant qui est l'énergie.

Cette grandeur se présente sous différentes formes et peut se transformer

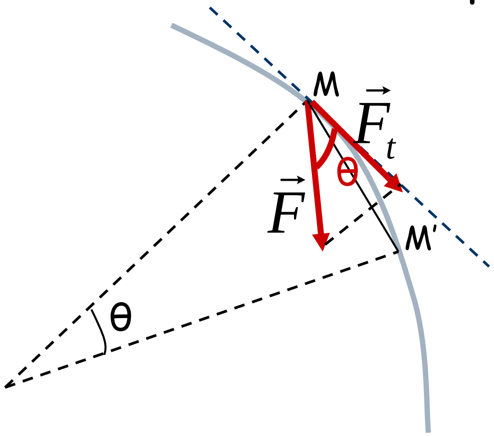

énergie nucléaire
énergie rayonnante
lampes à incandescence
lampes fluorescentes
réacteurs nucléaires
réacteurs photochimiques
systèmes chimiluminescents
cellules photovoltaïques
capteurs solaires
énergie chimique
électrolyseurs
chaudières
sorption
batteries et piles à combustible
muscle
fours à thermolyse
énergie électrique
énergie thermique
générateurs électriques
frottements et chocs
moteurs électriques
turbines et moteurs thermiques
énergie mécanique
résistances électriques
modules thermoélectriques

II – Notion de travail:

II-1-Travail d'une force :

Soit une particule se déplaçant sur une trajectoire sous l'effet d'une force $\vec{F}$

Pendant un temps dt, elle passe de M à M'. L'élément de travail dW effectué par cette force est:



$$dW = \vec{F}.\overrightarrow{dl} = \vec{F}.\overrightarrow{MM'}$$

Il y a plusieurs façons d'écrire ce travail:

A- Si on connait l'angle entre F et dl

$$dW = \vec{F}\vec{dl} = F\,dl\cos\theta = F_t\;dl$$

II – Notion de travail:

II-1-Travail d'une force :

Si on effectue ce travail entre deux points A et B:

$$W_A^B = \int_A^B dW = \int_A^B \vec{F} d\vec{l} = \int_A^B F\, dl \cos\theta = \int_A^B F_t\ dl$$

Exemple :

Calculer le travail nécessaire pour faire déplacer une masse du point A (x=0m) au point B (x= 10 m) sous l'effet de la force :

$$F(x) = 5x + 3$$

Corrigé :

$$W_A^B = \int_A^B dW = \int_A^B \vec{F} d\vec{l} = \int_0^{10} F(x) dx$$

$$W_A^B = 5\int_0^{10} x dx + 3\int_0^{10} dx$$

II – Notion de travail:

II-1-Travail d'une force :

Le travail entre A et B est:

$$W_A^B = 5\int_0^{10} x dx + 3\int_0^{10} dx$$

$$W_A^B = 5\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^{10} + 3\left[x\right]_0^{10}$$

$$W_A^B = 5\left[\frac{10^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right] + 3\left[10 - 0\right]$$

$$W_A^B = 250 + 30 = 280\ Joules$$

II – Notion de travail:

II-1-Travail d'une force :

B- Si on connait les composantes de la force:

$$\left.\begin{aligned}\vec{F} &= \vec{F}_x\vec{i} + \vec{F}_y\vec{j} + \vec{F}_z\vec{k} \\ dl &= dx\,\vec{i} + dy\,\vec{j} + dz\,\vec{k}\end{aligned}\right\} \Rightarrow dW = \vec{F}.d\vec{l} = F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

$$W_A^B = \int_A^B dW = \int_A^B \vec{F}d\vec{l} = \int_{x_A}^{x_B} F_x dx + \int_{y_A}^{y_B} F_y dy + \int_{z_A}^{z_B} F_z dz$$

II - Notion de travail:

II-1-Travail d'une force :

Exemple :

Calculer le travail nécessaire pour faire déplacer une masse du point A (1,-1,0) au point B (5,4,4) sous l'effet de la force dans l'espace :

$$\vec{F} = (5x-1)\vec{i} + (3y+2)\vec{j} - 6\vec{k}$$

Corrigé :

Le travail pour aller du point A (1,-1,0) au point B (5,4,4) s'écrit:

$$W_A^B = \int_A^B dW = \int_A^B \vec{F}d\vec{l} = \int_{x_A}^{x_B} F_x dx + \int_{y_A}^{y_B} F_y dy + \int_{z_A}^{z_B} F_z dz$$

Dans notre cas il s'écrit:

$$W_A^B == \int_1^5 (5x-1)dx + \int_{-1}^4 (2y+2)dy - \int_0^4 6dz$$

II – Notion de travail:

II-1-Travail d'une force :

$$W_A^B == \int_1^5 (5x-1)dx + \int_{-1}^4 (2y+2)dy - \int_0^4 6dz$$

En effectuant ces intégrales on a:

$$W_A^B = \left[5\frac{x^2}{2} - x \right]_1^5 + \left[y^2 + 2y \right]_{-1}^4 + 6\left[z \right]_0^4$$

$$W_A^B = \left[(5\frac{5^2}{2} - 5) - (5\frac{1^2}{2} - 1) \right]_1^5 + \left[(4^2 + 2.4) - ((-1)^2 + 2(-1)) \right] + 6\left[4 - 0 \right]$$

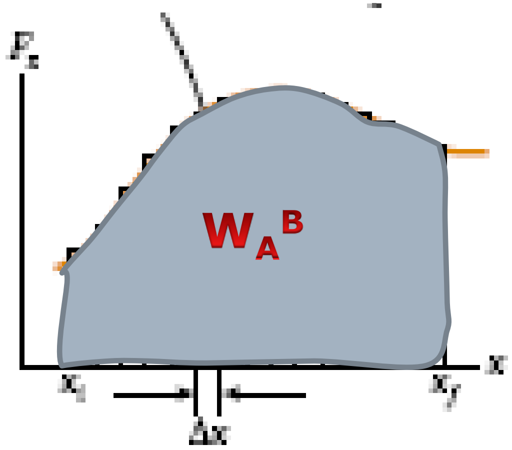
$$W_A^B = 105\ Joules$$

II – Notion de travail:

II-1-Travail d'une force :

C-Si on dispose de la courbe de F(r) on a:

$$W_A^B = \int_A^B F_t \, dl = Aire\ sous\ la\ courbe\ F(r)$$

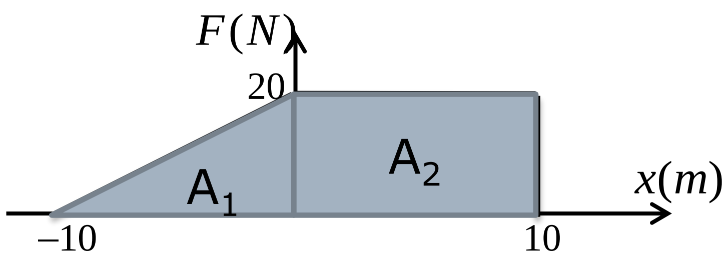


II – Notion de travail:

II-1-Travail d'une force :

Exemple :

Calculer le travail nécessaire pour faire déplacer une masse du point A (x=-10 m) au point B (x=10m) s'il soumis à la force dont le graphe est:



Corrigé :

Le travail pour aller du point A au point B s'écrit:

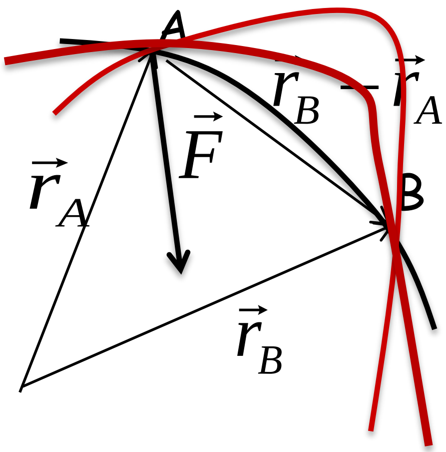
$$W_A^B = \int_A^B dW = \int_A^B \vec{F}d\vec{l} = Aire\ sous\ la\ courbe\ de\ F$$

$$W_A^B = A_1 + A_2 \qquad W_A^B = \frac{1}{2}.20.10 + 20.10 = 300\ Joules$$

II – Notion de travail:

II-2-Travail d'une force constante

Le travail de la force $\vec{F}$ constante pour aller de A à B est:



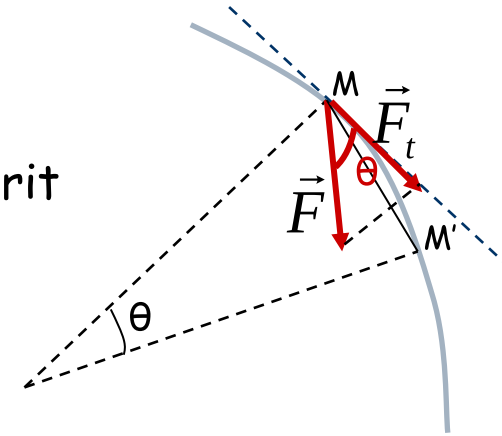
$$W = \int_A^B \vec{F}.d\vec{r}$$

$$W = \vec{F}.\int_A^B d\vec{r}$$

$$W = \vec{F}.(\vec{r}_B - \vec{r}_A)$$

On constate que ce travail ne dépend que des positions initiale et finale.
Il ne dépend onc pas du chemin suivi

III - Energie Cinétique



Nous avons précédemment que le travail d'une force s'écrit

$$dW = \vec{F}d\vec{l} = F\,dl\cos\theta = F_t\ dl$$

De plus la force tangentielle s'écrit:

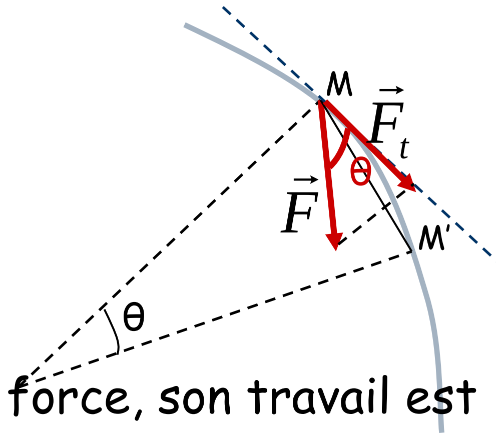
$$F_t = ma_t = m\frac{dv}{dt}$$

Donc:

$$dW = ma_t dl = m\frac{dv}{dt}dl$$

$$dW = m\frac{dl}{dt}dv = mvdv$$

III - Energie Cinétique



En intégrant entre deux points A et B on a:

$$W = \int_A^B \vec{F} d\vec{l} = \int_{v_A}^{v_B} mvdv$$

Si cette masse passe d'un point A à B sous l'effet de cette force, son travail est :

$$W = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

La quantité $\frac{1}{2}mv^2$ est appelée l'énergie cinétique

et quelque soit la force on a :

$$W = \Delta E_C$$

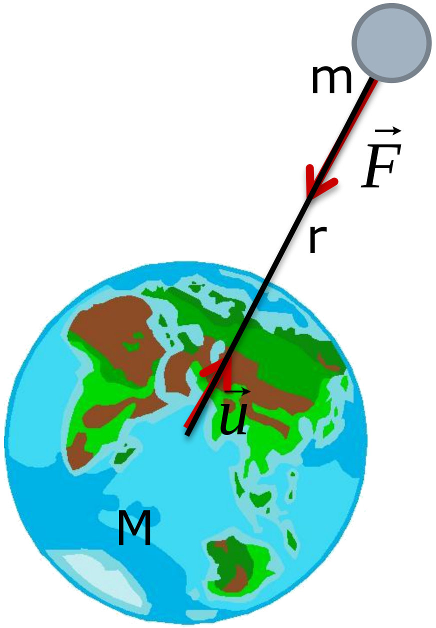
IV – Energie potentielle:

IV-1 – Energie potentielle gravitationnelle:

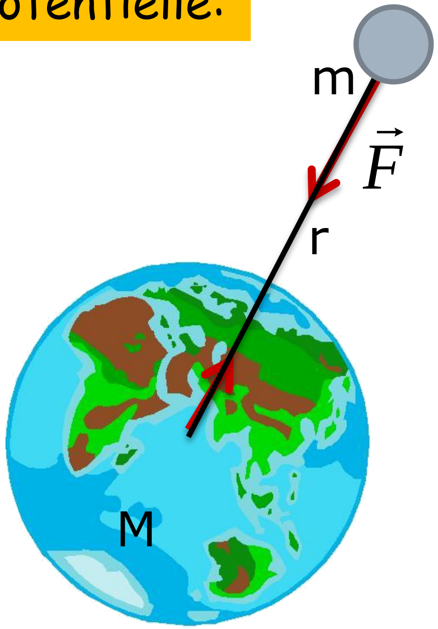
Soit un corps soumis uniquement à la force de gravitation universelle.

Cette force s'écrit sous la forme:

$$\vec{F} = -G\frac{Mm}{r^2}\vec{u}$$



IV – Energie potentielle:



IV-1 – Energie potentielle gravitationnelle:

Si cette masse passe d'un point A à B sous l'effet de cette force, son travail est :

$$W = \int_A^B \vec{F}.\vec{dl} = -\int_A^B G\frac{Mm}{r^2}\vec{u}.\vec{dl}$$

$$W = -GMm\int_{r_A}^{r_B}\frac{dr}{r^2}$$

$$W = -GMm\left[-\frac{1}{r}\right]_{r_A}^{r_B}$$

$$W = \frac{GMm}{r_B} - \frac{GMm}{r_A}$$

IV – Energie potentielle:

IV-1 – Energie potentielle gravitationnelle:

D'autres part nous avons vu dans le chapitre précédent que :

$$W = \Delta E_C = E_{CB} - E_{CA}$$

Donc:

$$W = E_{CB} - E_{CA} = \frac{GMm}{r_B} - \frac{GMm}{r_A}$$

On réécrit cette expression sous la forme:

$$E_{CB} - \frac{GMm}{r_B} = E_{CA} - \frac{GMm}{r_A}$$

IV – Energie potentielle:

IV-1 – Energie potentielle gravitationnelle:

Comme les points A et B sont aléatoires donc la quantité

$$E_C - \frac{GMm}{r}$$

est constante au cours du mouvement.

Et on constate donc que la grandeur $\frac{GMm}{r}$ varie inversement avec l'énergie cinétique.

Quand l'une augmente l'autre diminue.

IV - Energie potentielle:

IV-1 – Energie potentielle gravitationnelle:

On définit ainsi l'énergie potentielle de la masse dans le champ de gravitation comme:

$$E_p = -\frac{GMm}{r} + Cte$$

Cette grandeur est connue à une constante prés. Pour supprimer la constante on choisit une référence.

Dans le cas de l'énergie potentielle de gravitation on choisit comme référence :

$$E_p(\infty) = 0$$

$$\Rightarrow E_p(r) = -\frac{GMm}{r}$$

IV - Energie potentielle:

IV-1 - Energie potentielle gravitationnelle:

La relation entre l'énergie cinétique et potentielle s 'écrit:

$$E_{CB} + E_{pB} = E_{CA} + E_{PA} \Rightarrow E_{CB} - E_{CA} = E_{pA} - E_{pB}$$

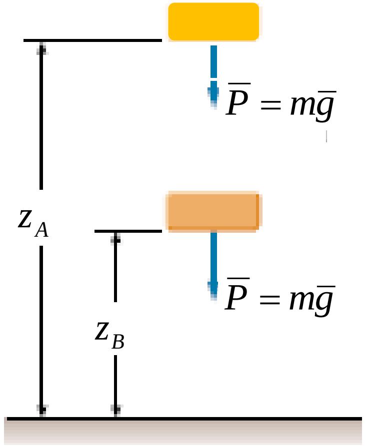
$$\Delta E_C = -\Delta E_p$$

La grandeur constante vue plus haut est appelée énergie mécanique totale:

$$E_T = E_C + E_p$$

IV - Energie potentielle:

IV-2 - Energie potentielle du poids:



Soit un corps soumis uniquement à son poids passe du point A au point B

Le travail effectué entre ces deux points A et B s'écrit:

$$W = \int_A^B \vec{F}.d\vec{l} = \int_A^B \vec{P}.d\vec{l}$$

$$W = \int_A^B m\vec{g}.d\vec{l} \qquad W = -mg\int_{z_A}^{z_B} dz \qquad W = mg(z_A - z_B)$$

D'autres part nous avons vu que :

$$W = \Delta E_C = E_{CB} - E_{CA}$$

IV – Energie potentielle:

IV-2 – Energie potentielle du poids:

Donc:

$$W = E_{CB} - E_{CA} = mgz_A - mgz_B$$

On réécrit cette expression sous la forme:

$$E_{CB} + mgz_B = E_{CA} + mgz_A$$

Comme les points A et B sont aléatoires donc la quantité

$$E_C + mgz$$

est constante au cours du mouvement.

IV - Energie potentielle:

IV-2 - Energie potentielle du poids:

Et on constate donc que la grandeur mgz varie inversement avec l'énergie cinétique.

Donc quand l'une augmente l'autre diminue.

On définit l'énergie potentielle de la masse soumise à son poids par:

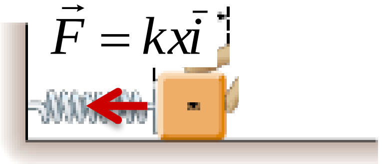
$$E_p = mgz + Cte$$

Dans le cas de l'énergie potentielle du poids , on choisit comme référence :

$$E_p(0) = 0$$

$$\Rightarrow E_p(z) = mgz$$

IV – Energie potentielle:



IV-3 – Energie potentielle élastique:

Soit un corps soumis à une force élastique, son travail entre deux points A et B est:

$$W = \int_A^B \vec{F}.\vec{dl}$$

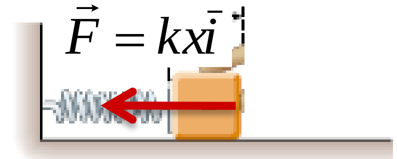
$$W = \int_A^B kx\vec{i}.\vec{dl}$$

$$W = -k\int_{x_A}^{x_B} x\,dx$$

$$W = k\left(\frac{x_A^2}{2} - \frac{x_B^2}{2}\right)$$

IV – Energie potentielle:

IV-3 – Energie potentielle élastique:



D'autres part nous avons vu que :

$$W = \Delta E_C = E_{CB} - E_{CA}$$

Donc:

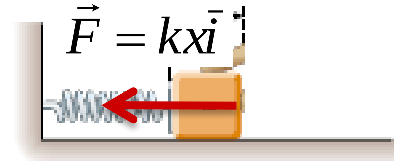
$$W = E_{CB} - E_{CA} = \frac{1}{2}kx_A^2 - \frac{1}{2}kx_B^2$$

On réécrit cette expression sous la forme:

$$E_{CB} + \frac{1}{2}kx_B^2 = E_{CA} + \frac{1}{2}kx_A^2$$

IV - Energie potentielle:

IV-3 - Energie potentielle élastique:



Comme les points A et B sont aléatoires donc la quantité

$$E_C + \frac{1}{2}kx^2$$

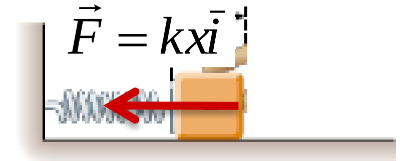
est constante au cours du mouvement.

Et on constate donc que la grandeur $\frac{1}{2}kx^2$ varie inversement avec l'énergie cinétique.

Quand l'une augmente l'autre diminue.

IV – Energie potentielle:

IV-3 – Energie potentielle élastique:



On définit ainsi l'énergie potentielle de la masse soumise à son poids :

$$E_p = \frac{1}{2}kx^2 + Cte$$

Dans le cas de l'énergie potentielle élastique on choisit comme référence :

$$E_p(0) = 0$$

$$\Rightarrow E_p(z) = \frac{1}{2}kx^2$$

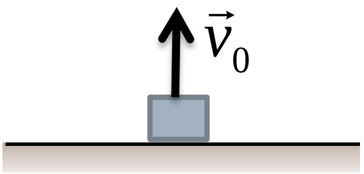
IV-4 – Représentation graphique des différentes énergies:

Exemple 1:

On lance un corps de masse m vers le haut avec une vitesse initiale v_0

On prend comme référence de l'énergie potentielle Ep(0)=0

Comme l'énergie totale est constante on la calcule en n'importe quel point. Dans notre cas c'est au point z=0.



$$x = 0 \Rightarrow E_p(0) = 0,$$

$$E_c(0) = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$E_T = \frac{1}{2} m v_0^2 = Cte$$

IV -4- Représentation graphique des différentes énergies:

On trace les graphes des énergies en fonction de z :

$$E_p(z) = mgz$$

Qui est une droite de pente (mg)

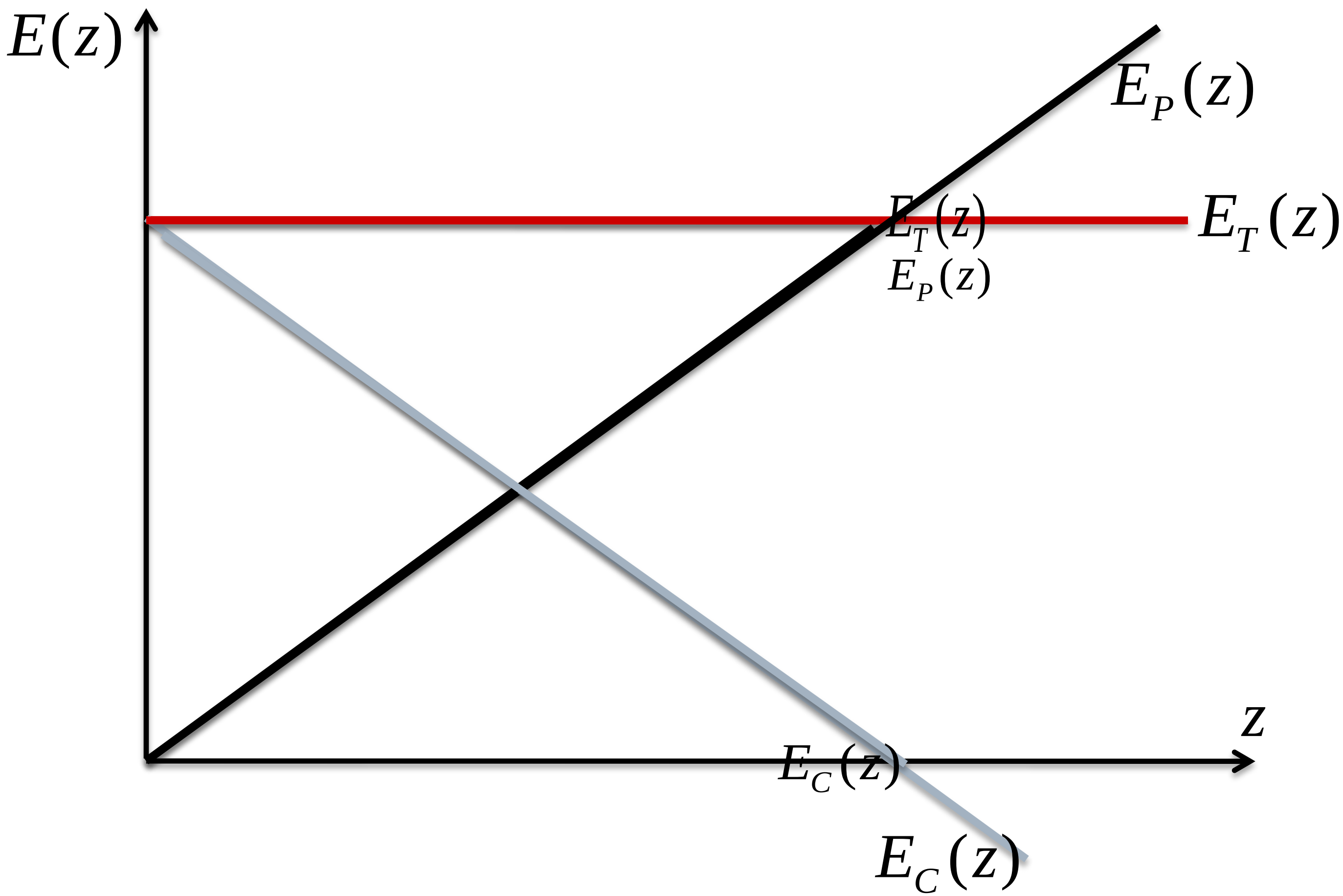
$$E_C(z) = E_T - mgz$$

Qui est une droite de pente (-mg)

IV -4- Représentation graphique des différentes énergies:

On ne garde que les parties des courbes pour lesquelles l'énergie cinétique est positive ou nulle

$$E_C(z) \geq 0$$



IV-4 – Représentation graphique des différentes énergies:

Exemple 2:

On place un ressort de constante de raideur k sur un plan horizontal. On lui attache une masse à une extrémité. On comprime d'une distance x=A et on lâche sans vitesse initiale.

Tracer sur le même graphe, les courbes des énergies $E_c(x)$, $E_p(x)$ et $E_T(x)$.

L'énergie totale étant constante on la calcule en n'importe quel point. Dans ce cas c'est au point x =A.

$$x = A \Rightarrow E_p(A) = \frac{1}{2}kA^2,$$

$$E_c(A) = 0$$

$$E_T = \frac{1}{2}kA^2 = Cte$$

IV-4 – Représentation graphique des différentes énergies:

On trace les graphes des énergies en fonction de x :

$$E_p(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

Qui est une parabole en fonction de x

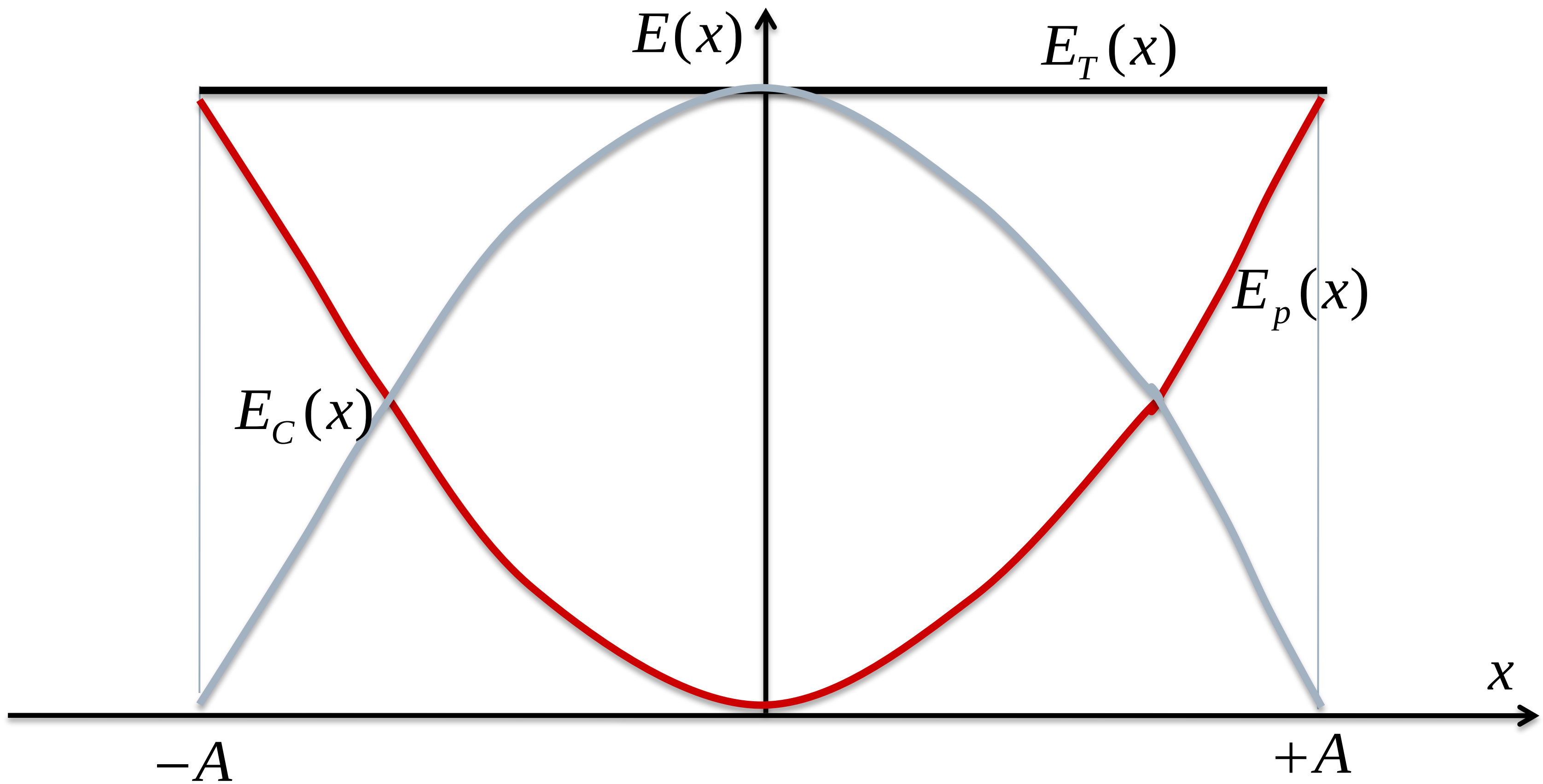
$$E_C(x) = E_T - \frac{1}{2}kx^2$$

Qui est une hyperbole en fonction de x

IV -4- Représentation graphique des différentes énergies:

On ne garde que les parties des courbes pour lesquelles l'énergie cinétique est positive ou nulle

$$E_C(z) \geq 0$$



IV-4 – Représentation graphique des différentes énergies:

Exemple 2:

Soit un corps de masse m, soumis à la force de gravitation universelle. On le lâche sans vitesse initiale à partir de la hauteur correspondant à un rayon r_0 par rapport au centre de la terre.

Tracer sur le même graphe, les courbes des énergies $E_c(r)$, $E_p(r)$ et $E_T(r)$.

L'énergie totale étant constante on la calcule en n'importe quel point. Dans ce cas c'est au point $r = r_0$.

$$r = r_0 \Rightarrow E_p(r_0) = -\frac{GMm}{r_0},$$

$$E_c(r_0) = 0$$

$$E_T = -\frac{GMm}{r_0} = Cte$$

IV-4 – Représentation graphique des différentes énergies:

On trace les graphes des énergies en fonction de r :

$$E_p(r) = -\frac{GMm}{r}$$

Qui est une fonction en (-1/r)

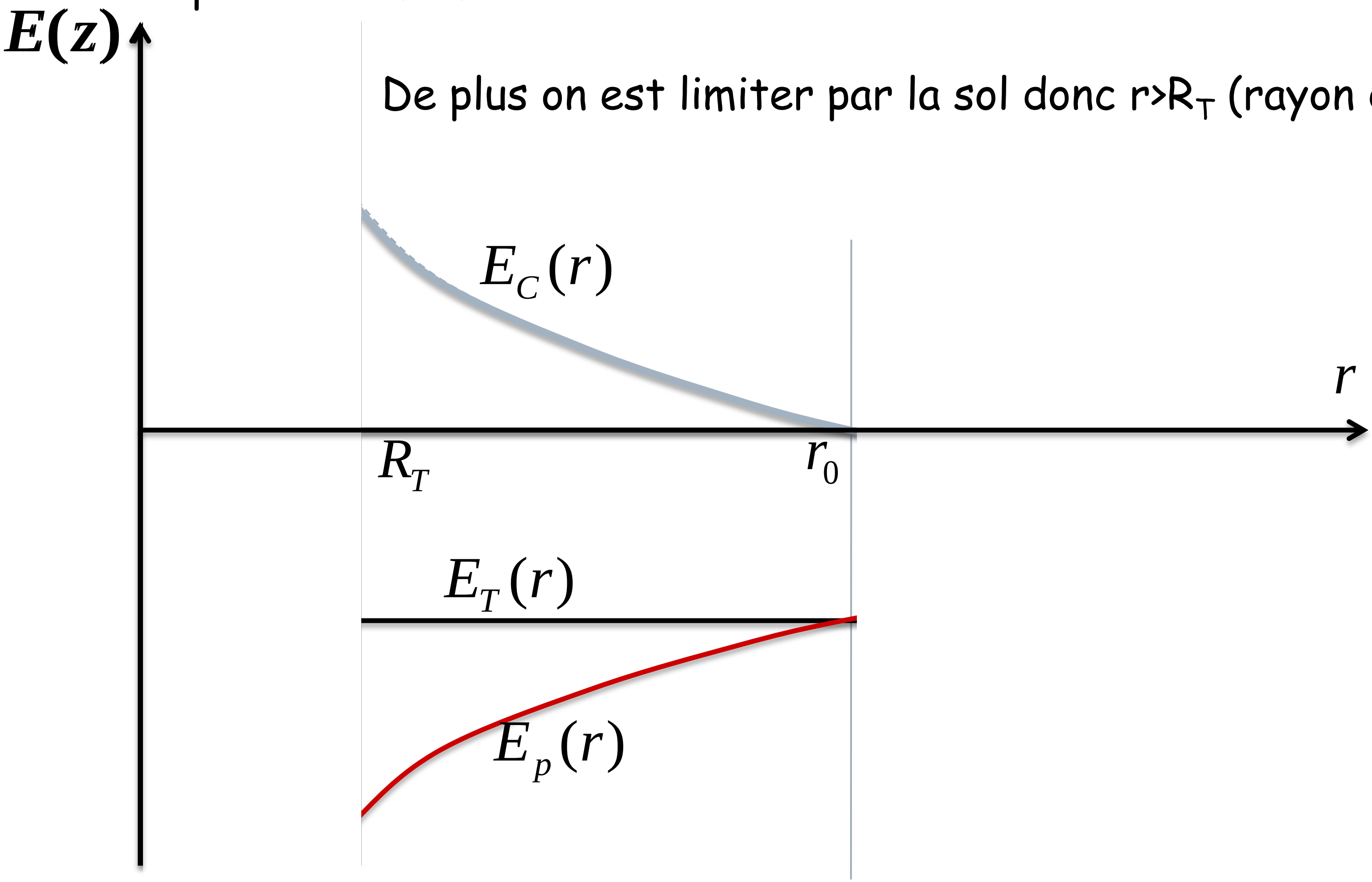
$$E_C(x) = E_T + \frac{GMm}{r}$$

Qui est une fonction en (1/r)

IV-4 – Représentation graphique des différentes énergies:

On ne garde que les parties des courbes pour lesquelles l'énergie cinétique est positive ou nulle

De plus on est limiter par la sol donc $r > R_T$ (rayon de la terre)



V – Forces qui dérivent d'un potentiel ou conservatives:

V –1- Définition

Une force dérive d'un potentiel si le travail de cette force pour un déplacement entre deux points quelconques A et B est égal à la différence des énergies potentielles des deux points initial et final.

$$W = \int_A^B \vec{F}.d\vec{l} = E_P(x_A, y_A, z_A) - E_P(x_B, y_B, z_B)$$

Toutes les forces que nous avons vu, poids, force gravitationnelle et élastique sont des forces qui dérivent d'un potentiel.

Remarque:

Le travail d'une force qui dérive d'un potentiel est nul sur une trajectoire fermée

V – Forces qui dérivent d'un potentiel ou conservatives:

V –2- Relations entre la force et l'énergie potentielle:

* Si le force F dérive d'un potentiel on a:

$$W = \int_A^B \vec{F}.d\vec{l} = E_P(x_A, y_A, z_A) - E_P(x_B, y_B, z_B) = -\Delta E_P$$

Or :

$$\Delta E_P = \int_A^B dE_P$$

Donc :

$$\int_A^B \vec{F}.d\vec{l} = -\int_A^B dE_P \Rightarrow dE_P = -\vec{F}.d\vec{l}$$

V – Forces qui dérivent d'un potentiel ou conservatives:

* En utilisant des définitions mathématiques :

- La différentielle d'une fonction f est :

$$df = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy + \frac{\partial f}{\partial z}dz$$

- Le gradient d'une fonction f est :

$$\overrightarrow{grad}f = \frac{\partial f}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial f}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial f}{\partial z}\vec{k}$$

Dans notre cas la différentielle de Ep est donnée par :

$$dE_P = \frac{\partial E_p}{\partial x}dx + \frac{\partial E_p}{\partial y}dy + \frac{\partial E_p}{\partial z}dz$$

V – Forces qui dérivent d'un potentiel ou conservatives:

Le produit scalaire de la force par le déplacement est :

$$\vec{F}.d\vec{l} = F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

Or on a:

$$dE_P = -\vec{F}.d\vec{l}$$

Donc:

$$\frac{\partial E_p}{\partial x}dx + \frac{\partial E_p}{\partial y}dy + \frac{\partial E_p}{\partial z}dz = -\left(F_x dx + F_y dy + F_z dz\right)$$

V – Forces qui dérivent d'un potentiel ou conservatives:

Par identification on obtient :

$$F_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x} \qquad F_y = -\frac{\partial E_p}{\partial y} \qquad F_z = -\frac{\partial E_p}{\partial z}$$

En remplaçant dans l'expression de la force on a :

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$$

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial E_p}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial E_p}{\partial x}\vec{j} + \frac{\partial E_p}{\partial x}\vec{k}\right)$$

$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}E_P$$

V – Forces qui dérivent d'un potentiel ou conservatives:

Et donc enfin :

$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}\, E_P$$

Remarque:

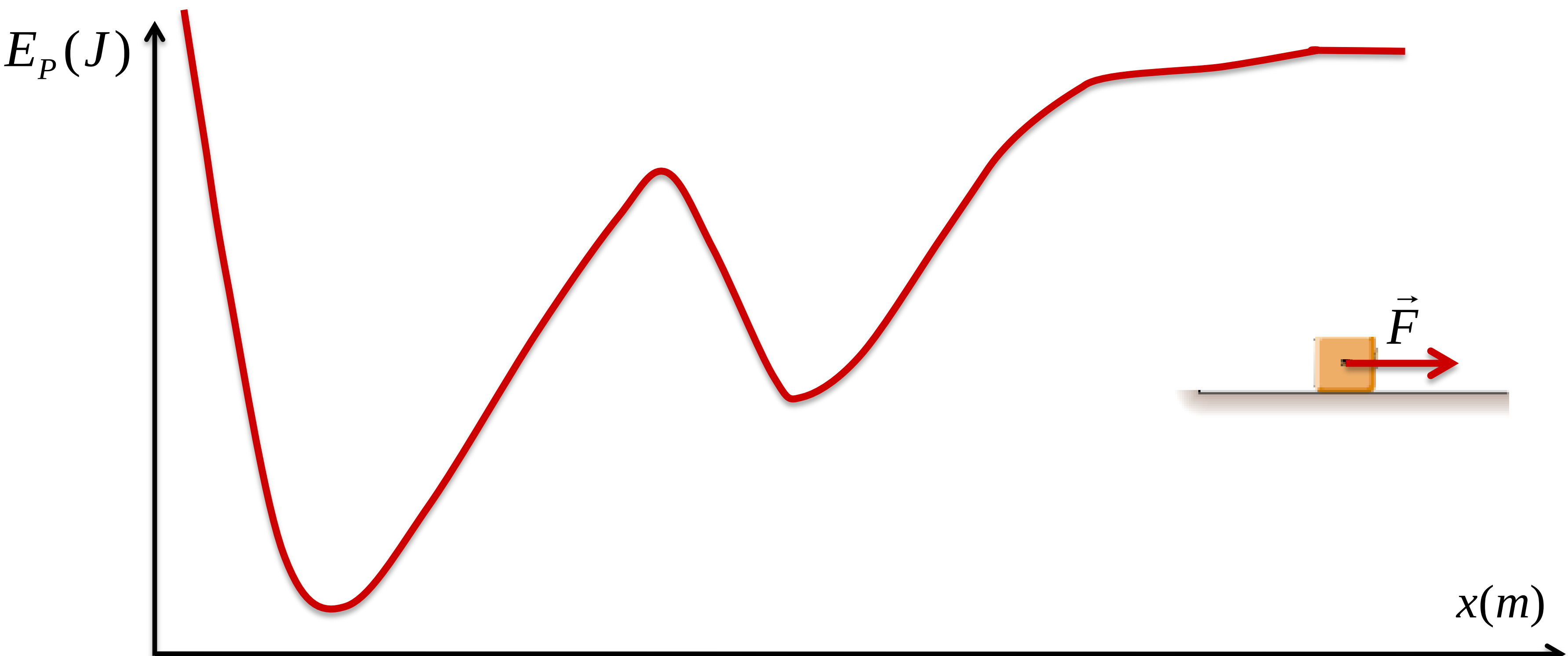
En coordonnées polaires la relation entre la force qui dérive d'un potentiel et l' énergie potentielle s'écrit

$$F_r = -\frac{\partial E_p}{\partial r} \qquad F_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial E_p}{\partial \theta}$$

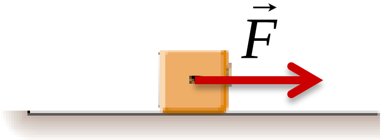
VI – Discussion d'une courbe d'énergie potentielle:

Soit un corps de masse m qui se déplace suivant l'axe Ox sous l'effet d'une force F qui dérive d'un potentiel.

Ce mouvement donne naissance à un graphe d'énergie potentielle sous la forme suivante:



VI – Discussion d'une courbe d'énergie potentielle:



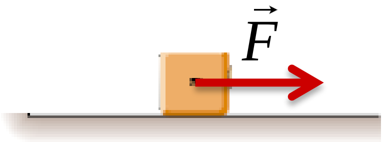
La force à laquelle est soumise la forme dérive d'un potentiel donc:

$$\vec{F} = -\overrightarrow{grad}\, E_P$$

$$\vec{F} = -\frac{\partial E_p}{\partial x}\vec{i}$$

Sur le graphe de l'énergie potentielle en fonction de x, la force correspond à la pente de la tangente à la courbe avec un signe moins

VI – Discussion d'une courbe d'énergie potentielle:



Etude des extrémums :

Les positions d'équilibre correspondent à une force nulle.

Ce qui correspond sur le graphe de l'énergie potentielle à une tangente horizontale.

Qui est donc un extremum de la courbe Ep = f(x)

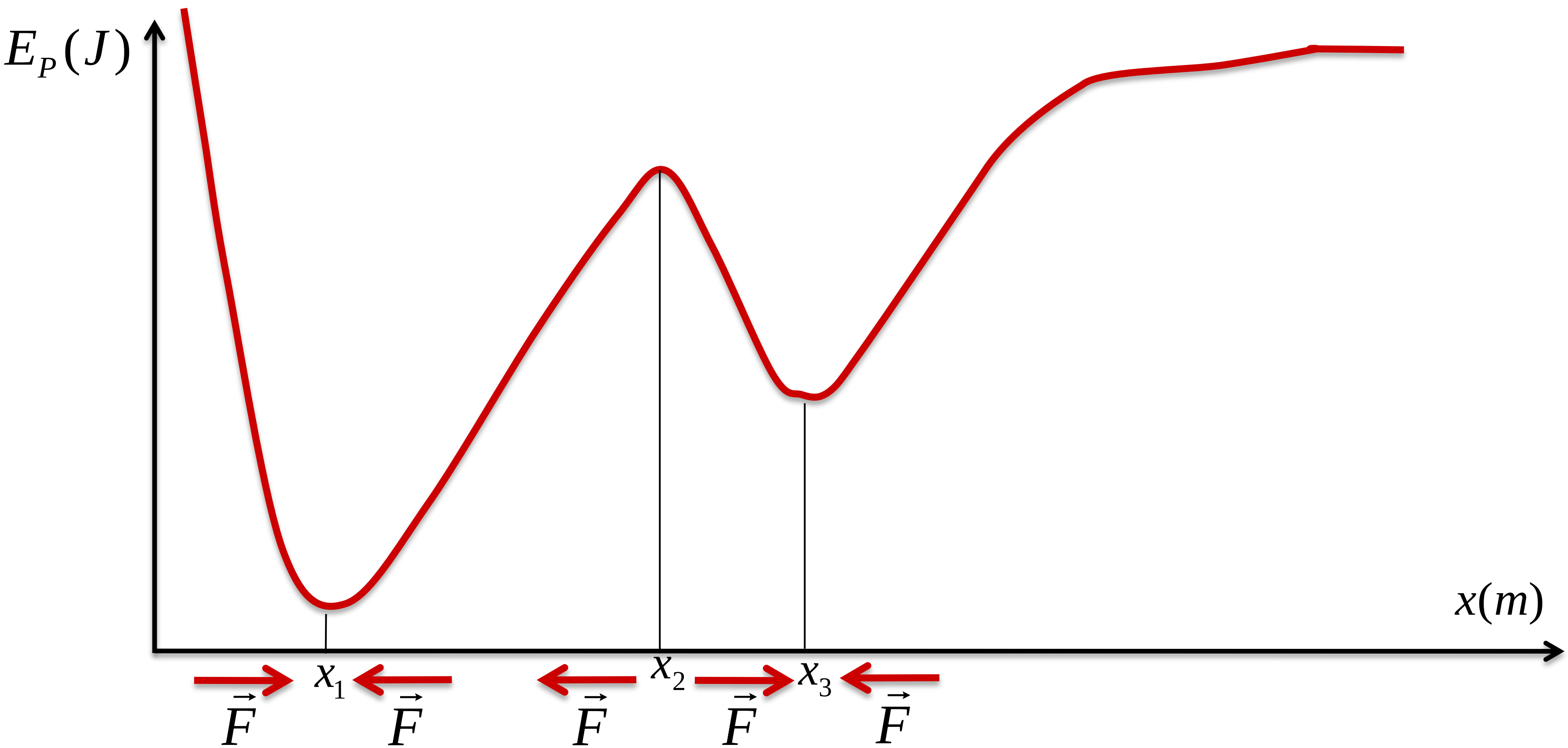
$$F = 0 \Rightarrow \frac{\partial E_p}{\partial x} = 0$$

VI – Discussion d'une courbe d'énergie potentielle:

Les points x_1, x_2 et x_3 sont donc des positions d'équilibre

Les points x_1 et x_3 sont donc des positions d'équilibre stables

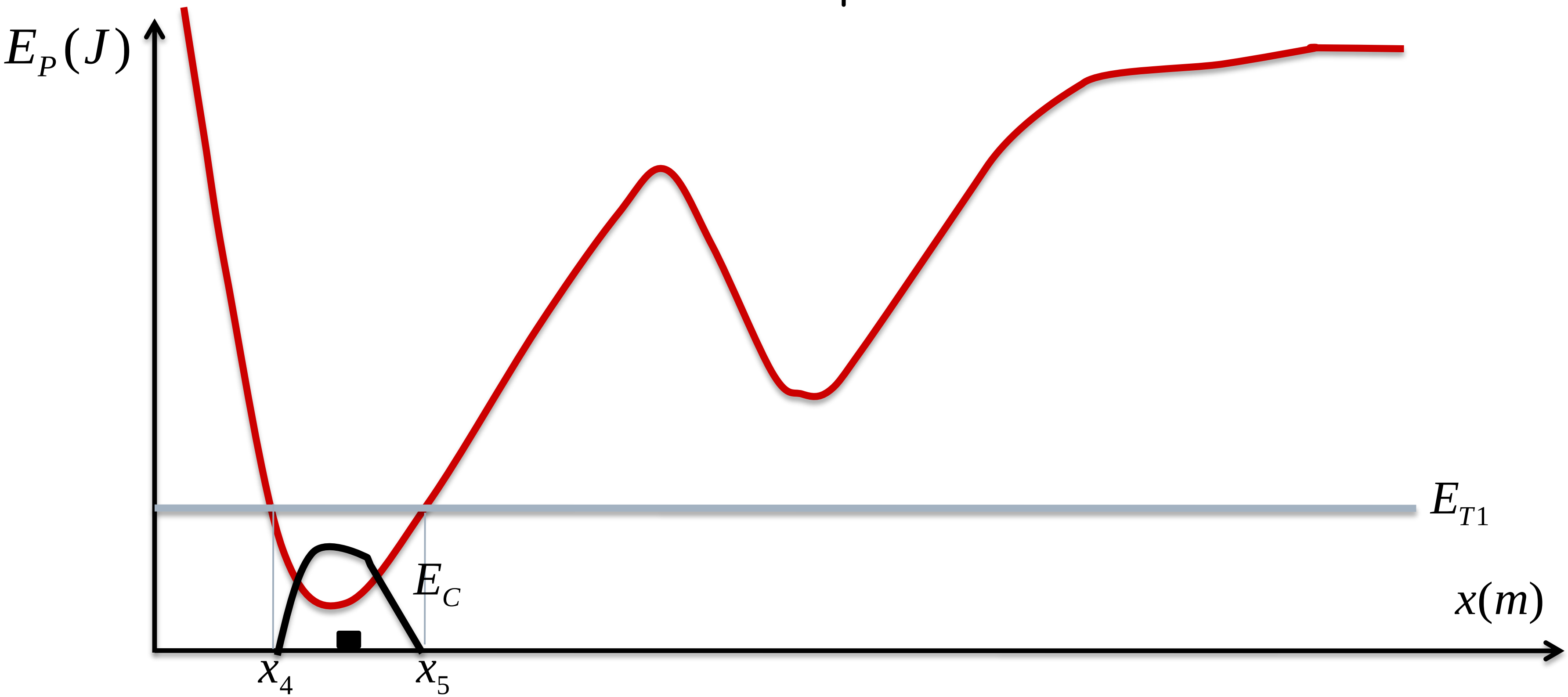
Le point x_2 est une position d'équilibre instable



VI – Discussion d'une courbe d'énergie potentielle:

1^{er} Cas : $E_T = E_{T1}$

Nous allons donc montrer que suivant les conditions initiales et donc de l'énergie totale de la masse le mouvement est complètement différent.



Pour les points x_4 et x_5 on a $E_T = E_P$ donc $E_C = 0$

Le mouvement ne peut avoir lieu que si $E_C > 0$ ou nul

La masse va donc osciller entre les deux points extrêmes x_4 et x_5

VI – Discussion d'une courbe d'énergie potentielle:

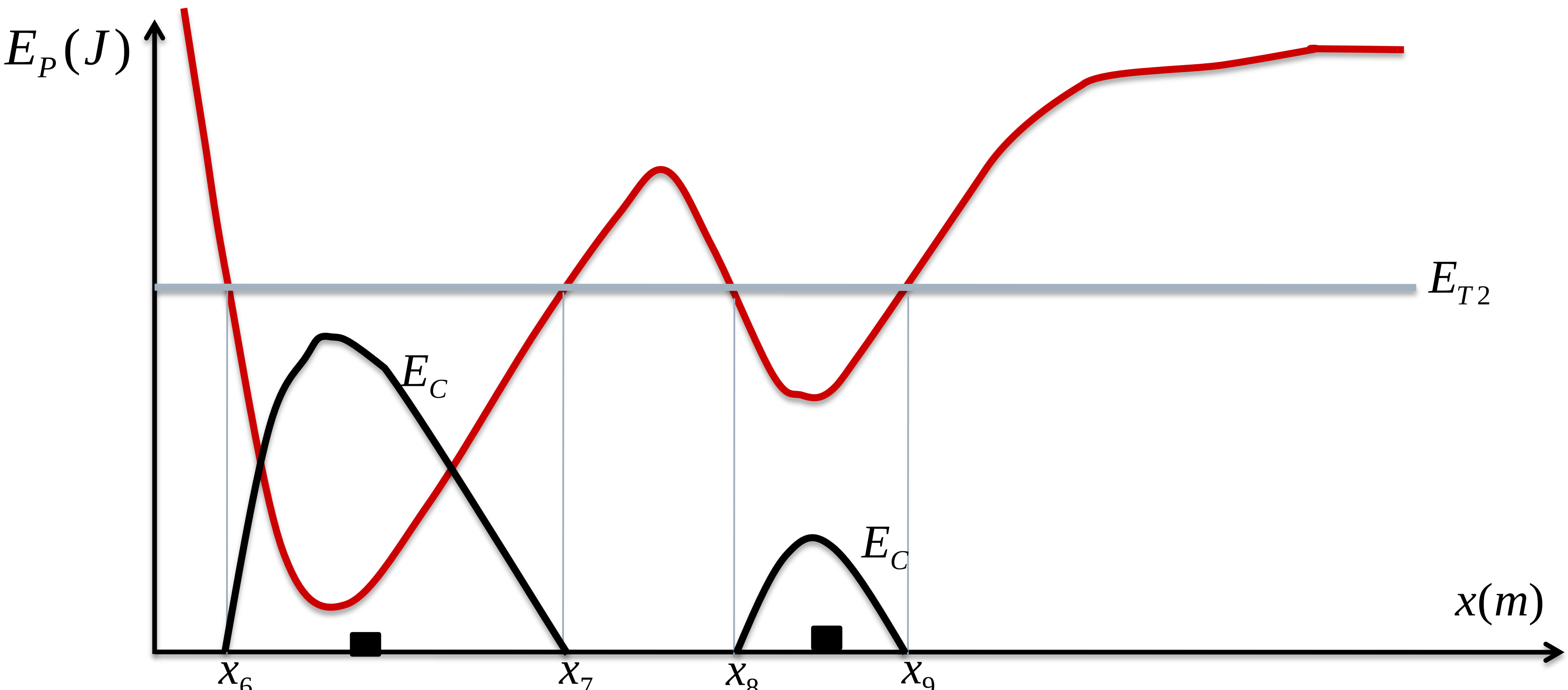
2^{em} Cas : $E_T = E_{T2O}$

$$E_T = E_C + E_P$$

Pour les points x_6 , x_7 , x_8 et x_9 : on a $E_T = E_P$ donc $E_C = 0$

Le mouvement ne peut avoir lieu que si $E_C > 0$ ou nul

On donc trace le graphe de l'énergie cinétique (symétrique de E_P par rapport à $E_T/2$.



Le corps va donc osciller soit entre x_6 et x_7 ou entre x_8 et x_9

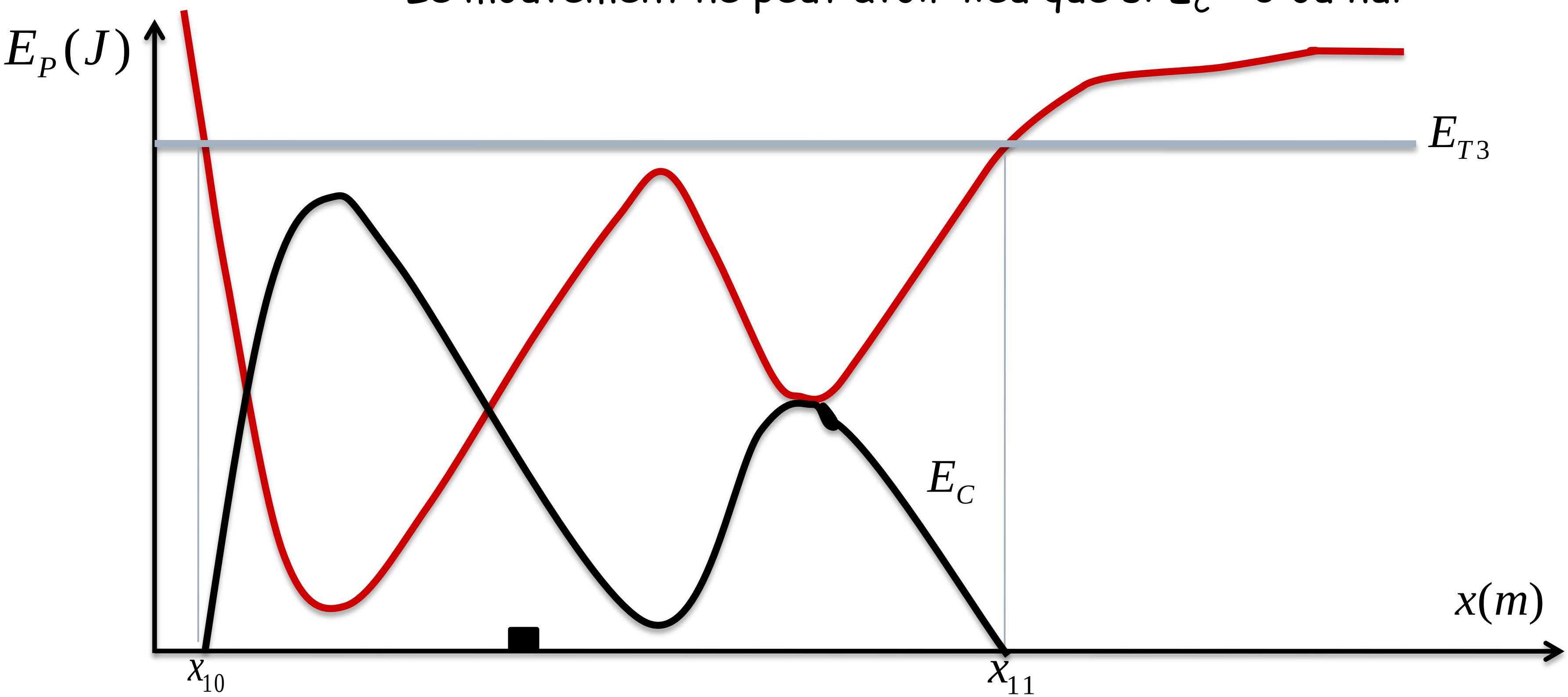
Le corps ne peut pas passer de x_7 à x_8 (il y a une barrière de potentiel)

VI – Discussion d'une courbe d'énergie potentielle:

3^{em} Cas : $E_T = E_{T3}$

Pour les points x_{10} et x_{11} on a $E_T = E_P$ donc $E_C = 0$

Le mouvement ne peut avoir lieu que si $E_C > 0$ ou nul

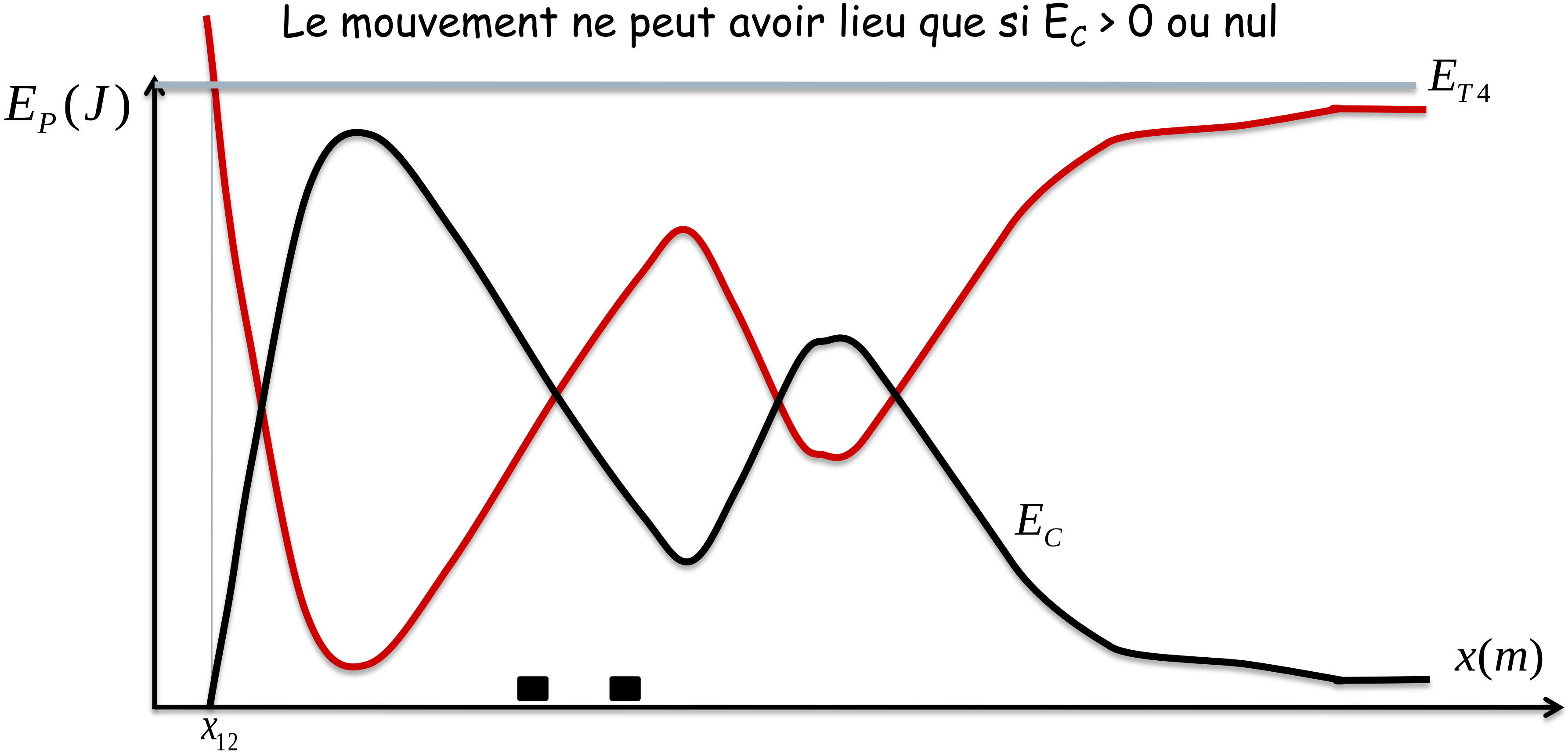


Le corps va donc osciller soit entre x_{10} et x_{11}

4^{em} Cas : $E_T = E_{T4}$

On a $E_T = E_P$ donc $E_C = 0$ uniquement pour le point x_{12}

Le mouvement ne peut avoir lieu que si $E_C > 0$ ou nul



Si le corps va vers les x positifs : il part directement jusqu'à l'infini

Si le corps va vers les x négatifs: il va jusqu'à x_{12}, rebrousse chemin et va vers l'infini

VI – Force non conservatives :

Définition:

Ce sont toutes les forces qui ne dérivent pas d'un potentiel donc pour lesquels:

$$\vec{F} \neq -\overrightarrow{grad}\, E_P \vec{i}$$

$$W = \int_A^B \vec{F}.d\vec{l} \neq E_{PA} - E_{PB}$$

$$dE_P \neq -\vec{F}.d\vec{l}$$

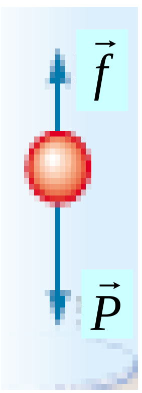
Nous allons les étudier en utilisant des exemples.

VI – Force non conservatives :

Exemple 1:

Soit une particule de masse m qui tombe dans un fluide sous l'action de son poids

$$\Delta E_C = \sum W = W_{\vec{P}} + W_{\vec{f}}$$



Le poids dérive d'un potentiel donc

$$W_{\vec{P}} = \int \vec{P}.d\vec{l} = -\Delta E_P$$

Donc:

$$\Delta E_C = W_{\vec{P}} + W_{\vec{f}}$$

$$\Delta E_C = -\Delta E_P + W_{\vec{f}}$$

Enfin:

$$\Delta E_T = \Delta E_C + \Delta E_P$$

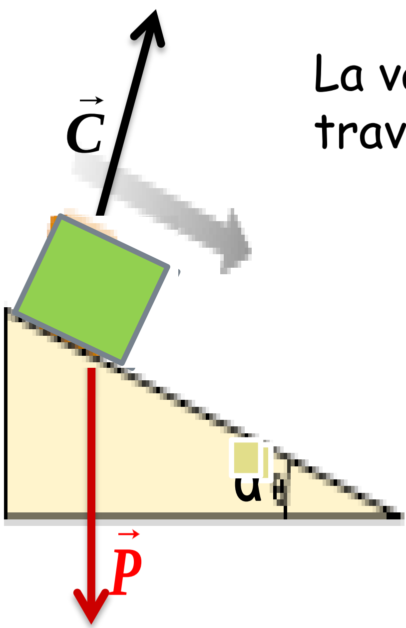
$$\Delta E_T = W_{\vec{f}}$$

VI – Force non conservatives :

Exemple 2:

Un corps qui descend sur un plan incliné soumis à son poids et la force de frottement.

$$\vec{P} + \vec{C} = m\vec{a}$$



La variation de l'énergie cinétique est égale à la somme des travaux de toutes les forces

$$\Delta E_C = \sum W = W_{\vec{P}} + W_{\vec{C}}$$

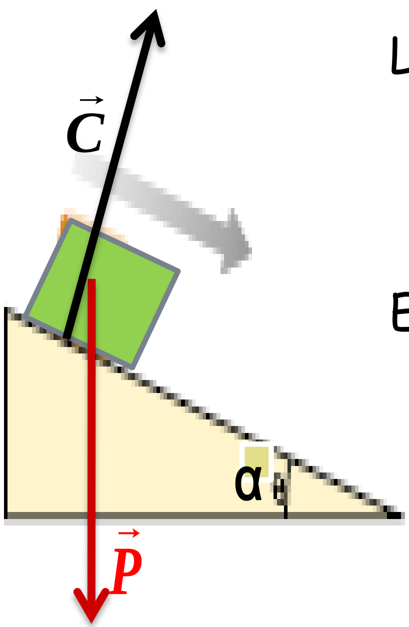
$$\Delta E_C = W_{\vec{P}_x} + W_{\vec{P}_y} + W_{\vec{C}_x} + W_{\vec{C}_y}$$

$$W_{\vec{P}_y} = W_{\vec{C}_y} = 0$$

(Forces perpendiculaires au déplacement)

VI – Force non conservatives :

Exemple 2:



La composante du poids suivant ox dérive d'un potentiel donc:

$$W_{\vec{P}_x} = -\Delta E_P$$

En remplaçant on obtient :

$$\Delta E_C = W_{\vec{P}_x} + W_{\vec{C}_x}$$

$$\Delta E_C = -\Delta E_P + W_{\vec{C}_x}$$

Enfin:

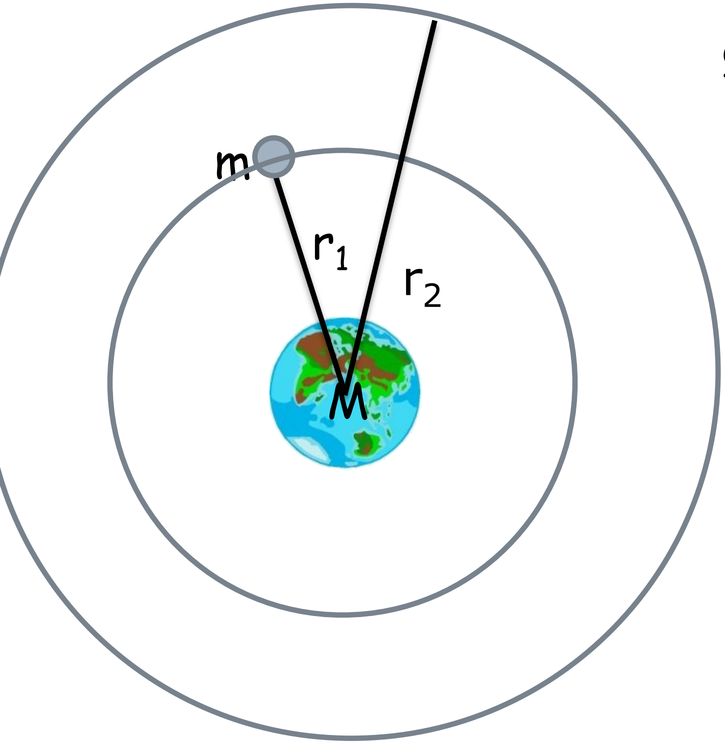
$$\Delta E_T = \Delta E_C + \Delta E_P = W_{\vec{C}_x}$$

L'énergie totale n'est pas conservée donc C_x ne dérive pas d'un potentiel.

VI – Force non conservatives :

Exemple 3:

Soit un corps de masse m qui se trouve sur une orbite de rayon r_1 autour de la terre et qui passe à une orbite de rayon r_2



Nous avons montré que l'énergie potentiel gravitationnelle s'écrit:

$$E_p(r) = -\frac{GMm}{r}$$

On va montré que l'énergie totale n'est pas constante donc il ya une force non conservative

$$Au\ rayon\ r_1 \Rightarrow E_{T1} = E_{C1} + E_{p1} = E_{C1} - \frac{GMm}{r_1}$$

VI – Force non conservatives :

En terme de force on a:

$$F(r) = \frac{GMm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

En simplifiant par le rayon r on obtient:

$$\frac{GMm}{r} = mv^2$$

Donc l'énergie cinétique s'écrit sous la forme:

$$\Rightarrow E_C = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{GMm}{r}$$

VI – Force non conservatives :

En écrivant l'expression de l'énergie totale en fonction de r on a:

$$E_T = E_C + E_p = E_C - \frac{GMm}{r}$$

En remplaçant l'énergie cinétique par l'expression obtenue on a:

$$E_T = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r}$$

$$E_T = \frac{GMm}{2r} - \frac{GMm}{r}$$

$$E_T = -\frac{1}{2}\frac{GMm}{r}$$

VI – Force non conservatives :

En calcul ant la variation d'énergie totale entre les deux points r_1 et r_2 :

$$\Delta E_T = E_{T2} - E_{T1}$$

$$\Delta E_T = \frac{GMm}{2}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$\Delta E_T \neq 0$$

La variation d'énergie totale est égale au travail des forces de poussée qui ne sont pas conservatives.

$$\Delta E_T = W_{\vec{f}}$$

De plus :

Si on augmente l'orbite ($r_1 < r_2$) alors : $\Delta E_T \succ 0$

Si on diminue l'orbite ($r_1 > r_2$) alors : $\Delta E_T \prec 0$