



# MODULE D'ELECTRICITE

## Plan du cours



ELECTROSTATIQUE



CHAMPS ET POTENTIELS



CONDUCTEURS



CONDUCTION ELECTRIQUE



RESEAUX ELECTRIQUES



PHENOMENES MAGNETIQUES



# CONDUCTEURS ELECTRIQUES

## 1-CONDUCTEURS A L'EQUILIBRE ELECTROSTATIQUE

### A- DEFINITION

Un conducteur est un corps dans lequel les charges libres peuvent se déplacer

On dit qu'il est à l'équilibre électrostatique si toutes ses charges sont immobiles et ne sont soumises à aucune force

### B- PROPRIETES DES CONDUCTEURS A L'EQUILIBRE

➤ Le champ électrique à l'intérieur est nul

En effet si  $E$  n'est pas nul donc  $\vec{F} = q\vec{E}$  n'est pas nul et les charges se déplacent

➤ Le potentiel électrique à l'intérieur est constant

En effet si  $E=0$        $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \Rightarrow V = Cte$



## B- PROPRIETES DES CONDUCTEURS A L'EQUILIBRE

- La somme des charges à l'intérieur est nulle

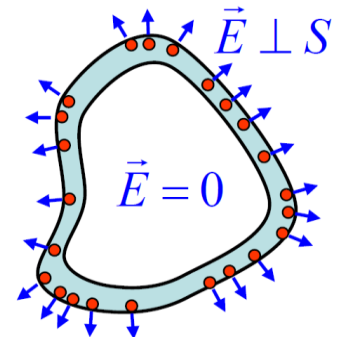
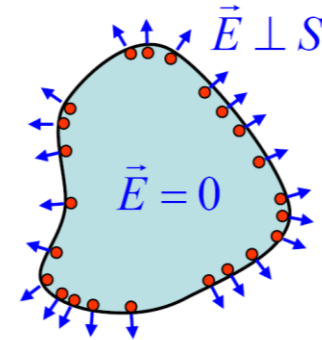
En effet si  $E=0$   $\iint \vec{E} d\vec{S} = \frac{\sum Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} = 0 \Rightarrow \sum Q_{\text{int}} = 0$  Elle est localisée à la surface

- La surface extérieure du conducteur est une équipotentielle donc le champ est perpendiculaire à cette surface.

- Ces propriétés sont valables si le conducteur est creux.

- Si on relie deux conducteurs A et B, il y a un échange de charges et à la fin, ils forment un seul conducteur.

$$V'_A = V'_B$$



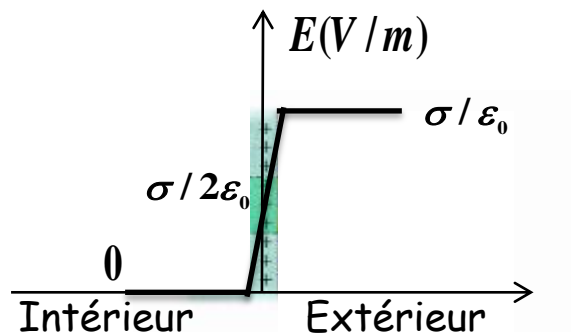


## C- CHAMP ELECTRIQUE AU VOISINAGE IMMEDIAT D'UN CONDUCTEUR

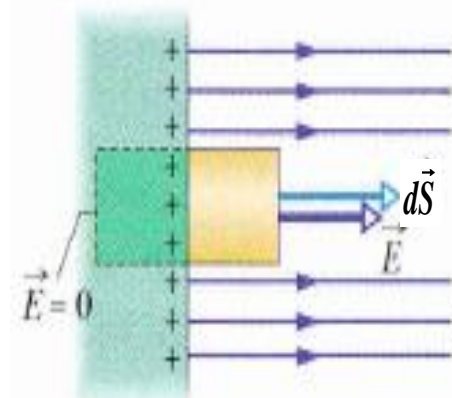
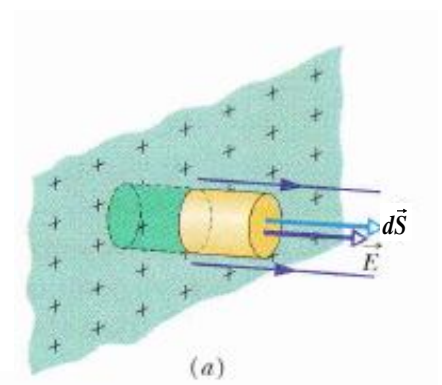
Soit un conducteur à l'équilibre électrostatique si on applique le théorème de Gauss pour le calcul de  $E$ :

$$\iint \vec{E} d\vec{S} = \frac{\sum Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \quad ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

Par extrapolation on déduit le champ à la surface du conducteur



$$E_s = \sigma / 2\epsilon_0$$





## D- PRESSION ELECTROSTATIQUE

Soit un conducteur chargé à l'équilibre électrostatique. Les charges créent au niveau de la surface un champ  $E$ .

$$E_s = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

L'élément  $dS$  porte une charge

$$dq = \sigma dS$$

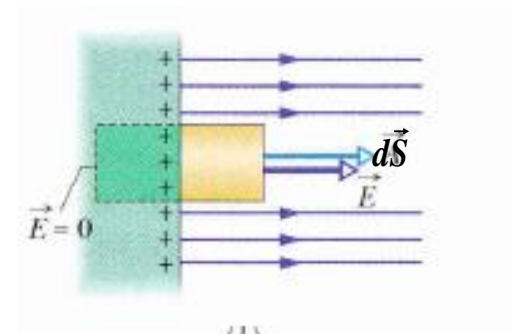
Il y a création, sur la surface d'une force:

$$d\vec{F} = dq \vec{E}_s$$

$$dF = \sigma dS \cdot \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} dS$$

La pression électrostatique est donc définie par:

$$P = \frac{dF}{dS} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}$$

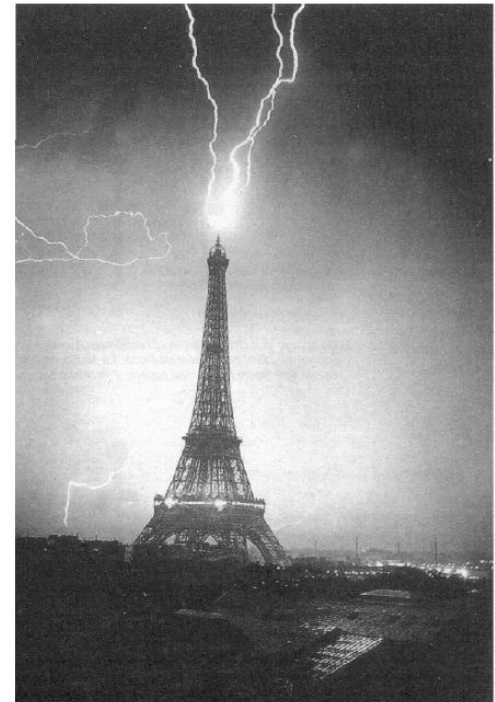
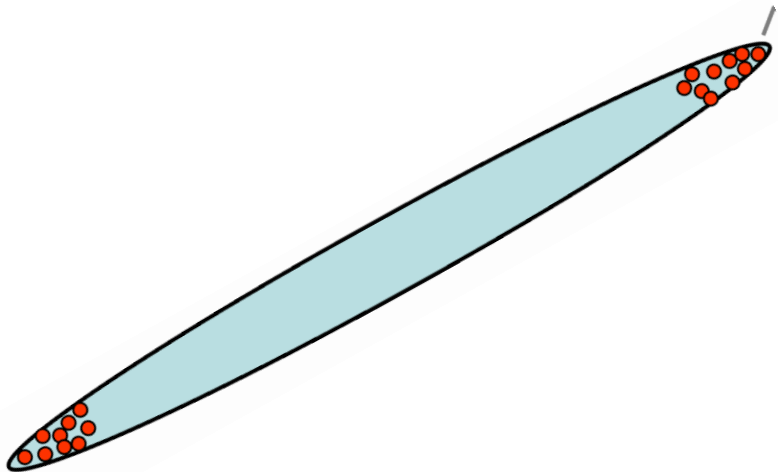




## E- EFFET DE POINT

On constate, expérimentalement, que la répartition des charges à la surface du conducteur n'est pas uniformément répartie

Les charges s'accumulent sur les parties à faible rayon de courbure.





## Exemple d'Application

Soient deux conducteurs A et B de rayons  $R_1$  et  $R_2$  respectivement, contenant des charges  $Q_1$  et  $Q_2$ . On les relie par un fil conducteur, après équilibre, elles sont au même potentiel.

$$V'_A = V'_B \quad \frac{KQ_1}{R_1} = \frac{KQ_2}{R_2}$$

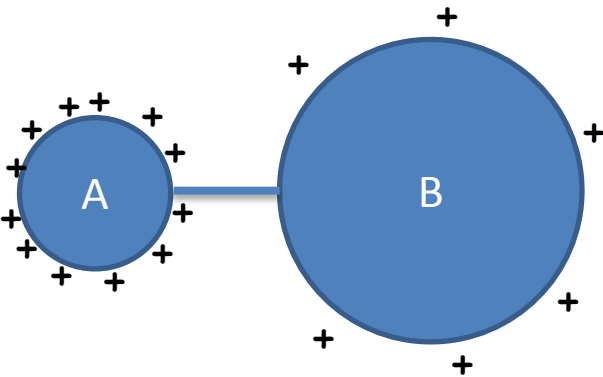
Sachant que pour une distribution de charges en surface on a:

$$Q = \sigma S = 4\pi R^2 \sigma$$

En remplaçant on obtient:

$$\frac{K4\pi R_1^2 \sigma_1}{R_1} = \frac{K4\pi R_2^2 \sigma_2}{R_2} \quad \Rightarrow \sigma_1 = \frac{R_2}{R_1} \sigma_2$$

$$\text{Si } R_1 < R_2 \quad \Rightarrow \sigma_1 > \sigma_2$$





## E- CAPACITE D'UN CONDUCTEUR

Expérimentalement lorsqu'on fait varier la charge d'un conducteur, on constate que son potentiel varie de façon à ce que le rapport  $Q/V$  reste constant

$$\frac{Q_1}{V_1} = \frac{Q_2}{V_2} = \dots = \frac{Q_n}{V_n} \quad \Rightarrow \quad C = \frac{Q}{V}$$

Ce rapport est appelé, la Capacité du conducteur et est notée  $C$  (en Farad)

**Sous unité du Farad:**

$$\begin{array}{cccc} \text{mF} = 10^{-3} \text{ F} & , & \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}, & \text{nF} = 10^{-9} \text{ F} \quad \text{et} \quad \text{pF} = 10^{-12} \text{ F} \\ (\text{milifarad}) & & (\text{microfarad}) & (\text{nanofarad}) \quad (\text{picofarad}) \end{array}$$





## EXEMPLE : CAPACITE D'UN CONDUCTEUR SPHERIQUE

Soit un conducteurs  $A$  de rayon  $R$  contenant une charge  $Q$  . Son potentiel  $V$  s'écrit :

$$V = \frac{KQ}{R} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

Or la capacité est donnée par:

$$C = \frac{Q}{V}$$

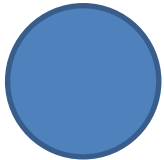
Et donc:

$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$

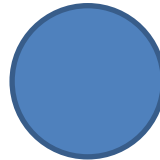


## F- ENERGIE INTERNE D'UN CONDUCTEUR

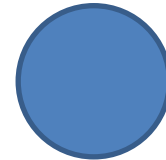
Soit un conducteurs initialement neutre, on le charge jusqu'à ce que sa charge finale devient Q.



Etat initial  
 $q=0$  et  $V=0$



Etat intermédiaire  
 $q$  et  $v$



Etat final  
 $Q$  et  $V$

L'énergie interne du condensateur est définie comme le travail nécessaire pour porter la charge de 0 à Q

Comme

$$dE_p = qdV \quad E_p = \int_0^Q qdV$$

$$C = \frac{q}{V} \Rightarrow V = \frac{q}{C} \Rightarrow dV = \frac{1}{C} dq$$

Donc:

$$E_p = \int_0^Q qdV \Rightarrow E_p = \frac{1}{C} \int_0^Q qdq$$

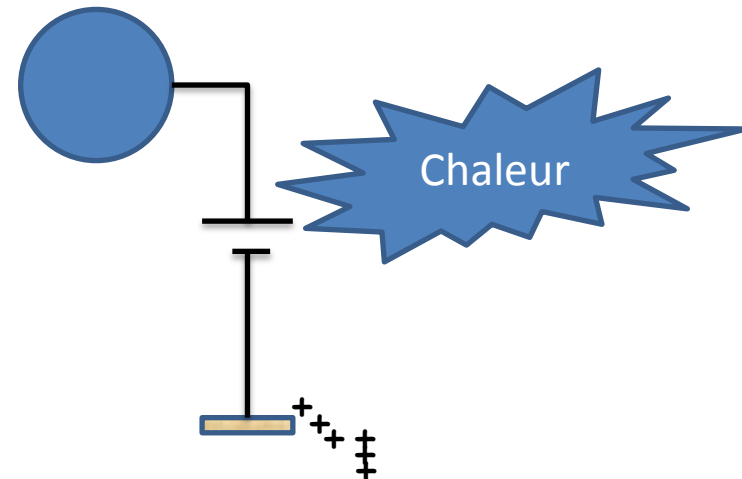
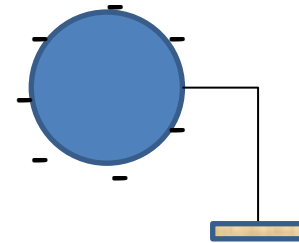
$$E_p = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

$$E_p = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} QV$$



## REMARQUES

- L'énergie interne est positive
- Si on relie le conducteur au sol, on le décharge et l'énergie interne se transforme en effet Joule
- Si on charge le conducteur avec un générateur de tension constante  $V$ , La moitié de l'énergie fournie par le générateur se perd dans les fils par effet Joule



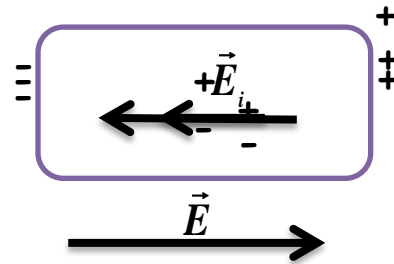


## 2-PHENOMENES D'INFLUENCE

### A-CONDUCTEUR NEUTRE ET ISOLE DANS UN CHAMP ELECTRIQUE

Neutre

$$\vec{E} = \vec{0}$$
$$\vec{E} = \vec{0}$$



En mettant le conducteur dans un champ électrique ses charges sont soumises à une force et elles se mettent en mouvement

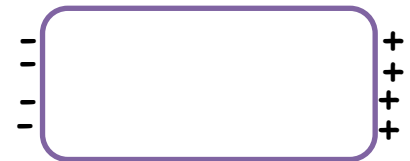
En se séparant les charges créent un champ interne  $E_i$  qui s'oppose au champ  $E$

Ce champ interne  $E_i$  augmente quand le nombre de charges séparées augmente

Le déplacement des charges s'arrête lorsque les deux champs interne et externe s'annulent donc plus de force.

$$\vec{E}_i + \vec{E} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F} = \vec{0}$$

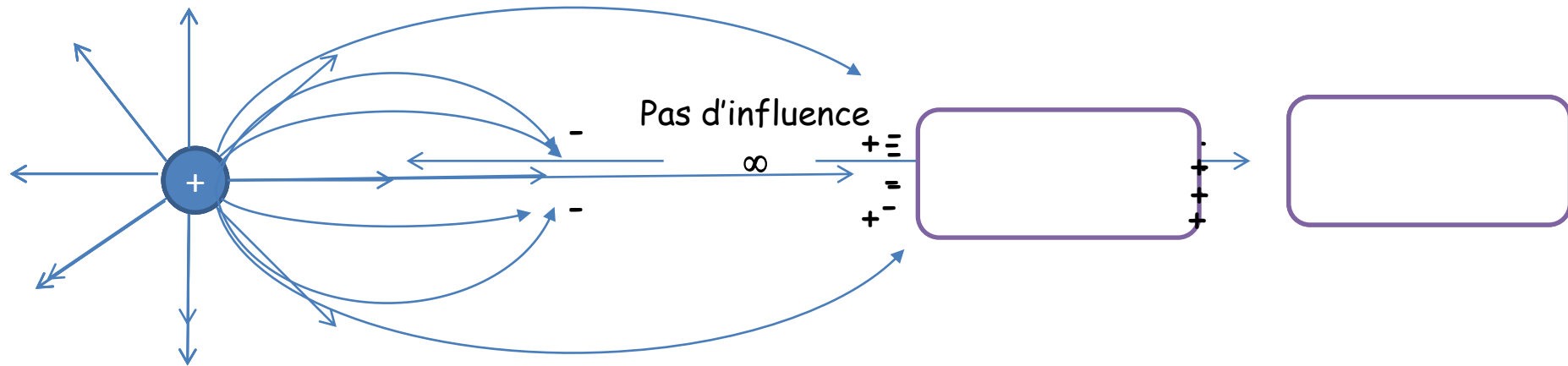
Le conducteur va se trouver donc dans un nouvel état d'équilibre  
: **dit polarisé**





## B- INFLUENCE PARTIELLE D'UNE CHARGE SUR UN CONDUCTEUR NEUTRE

On considère une charge  $q > 0$  et un conducteur neutre placé très loin : pas d'influence



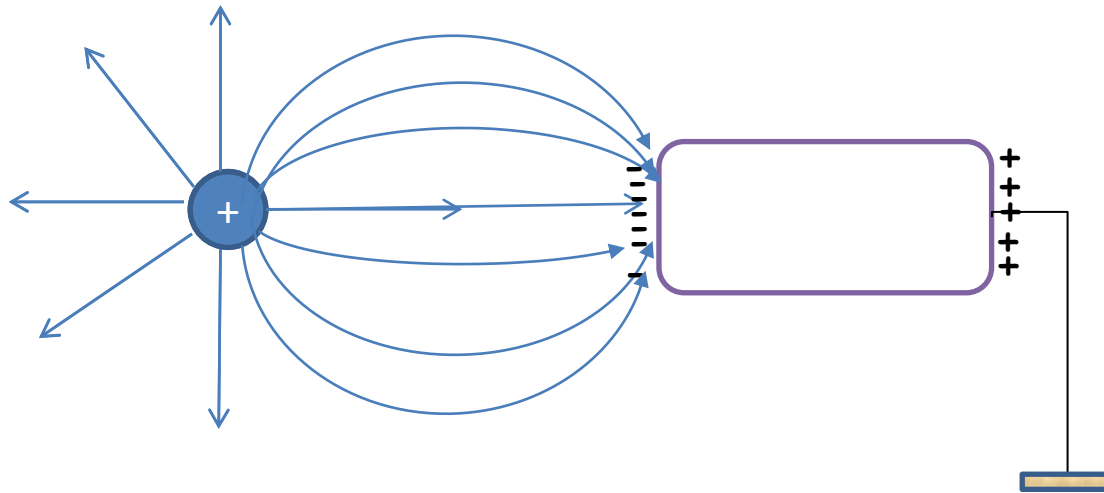
On rapproche le conducteur de la charge, des lignes de champ de la charge arrive sur le conducteur et il y a création d'un champ électrique et donc séparation de charge

On rapproche un peu plus le conducteur de la charge, plus de lignes de champ charge arrive sur le conducteur et le champ électrique est plus intense et donc la séparation de charge augmente.



## B- INFLUENCE PARTIELLE D'UNE CHARGE SUR UN CONDUCTEUR NEUTRE

On garde le conducteur à la même distance par rapport à la charge  $q$ , et on relie la conducteur au sol par l'intermédiaire d'un fil conducteur.



On constate que les charges positives du conducteur passent au sol et il ne reste que les charges négatives qui sont retenues par les plus de la charge.

De plus il ya plus de charges négatives sur la face en regard de la charge positive.

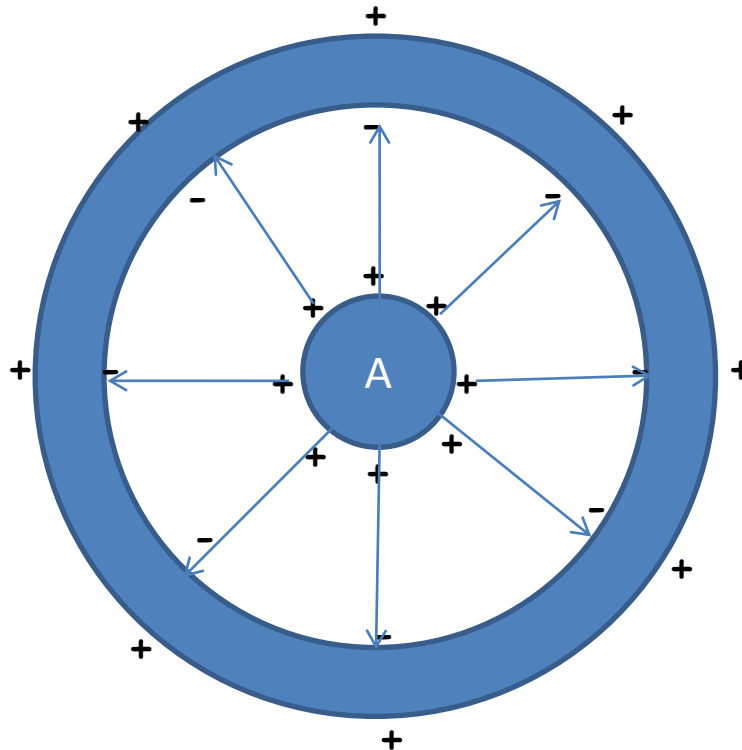


## C- INFLUENCE TOTALE

Soit un conducteur  $A$  de rayon  $R$  portant une charge  $Q$  (positive par exemple)

On prend un conducteur  $B$  creux de rayons intérieur  $R_i$  et extérieur  $R_e$  qui entoure le conducteur  $A$

Il y a des lignes de champ qui vont de  $A$  vers  $B$  et donc création d'un champ électrique qui séparent les charges de  $B$ , en attirant les négatives et repoussant les positives





## Relation entre la charge de A et les charges intérieures et intérieures de B

### Relation entre $Q$ et $Q_{\text{int}}$

A l'intérieur des conducteurs le champ est nul. On prend une sphère comme surface de Gauss de rayon  $R_i < r < R_e$  :

$$\vec{E} = \vec{0} \Rightarrow \sum Q_{\text{int}} = 0 \Rightarrow Q_i + Q = 0 \quad \Rightarrow Q_i = -Q$$

### Relation entre $Q_{\text{int}}$ et $Q_{\text{ext}}$

Si B est initialement neutre, il y a conservation de la charge:

$$Q_i + Q_e = 0 \Rightarrow Q_e = -Q_i = Q$$

Si B possède initialement une charge  $q$ , il y a conservation de la charge:

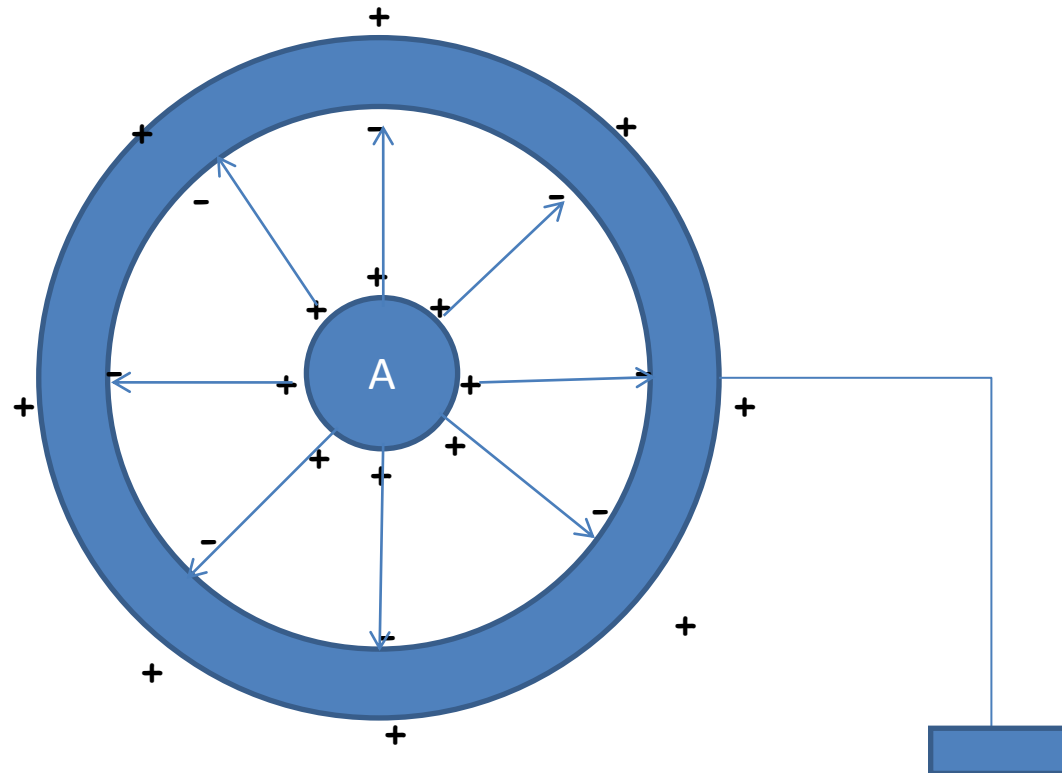
$$Q_i + Q_e = q \Rightarrow Q_e = q - Q_i = q + Q$$





## Conducteur B relié au sol

Si B est relié au sol, les charges de la face extérieure disparaissent et il reste plus que  $Q$  et  $Q_i$



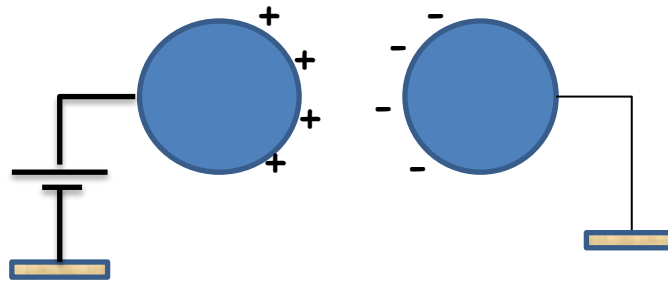


## 3- CONDENSATEURS

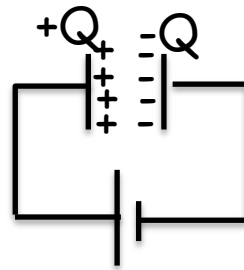


### A- DEFINITION

Un condensateur est constitué par deux conducteurs en influence. Le premier est relié à un générateur et le second au sol.



Un condensateur est schématisé par de la façon suivante:



En pratique, on prend des conducteurs en influence totale tel que  $Q_A = Q_B = Q$



## B- CAPACITE D'UN CONDENSATEUR



La capacité d'un condensateur est définie par:

$$C = Q / (V_B - V_A)$$

La capacité ne dépend que de la forme des conducteurs, la distance et la nature du milieu qui les séparent

## C- EXEMPLES DE CALCUL DE CAPACITE D'UN CONDENSATEUR

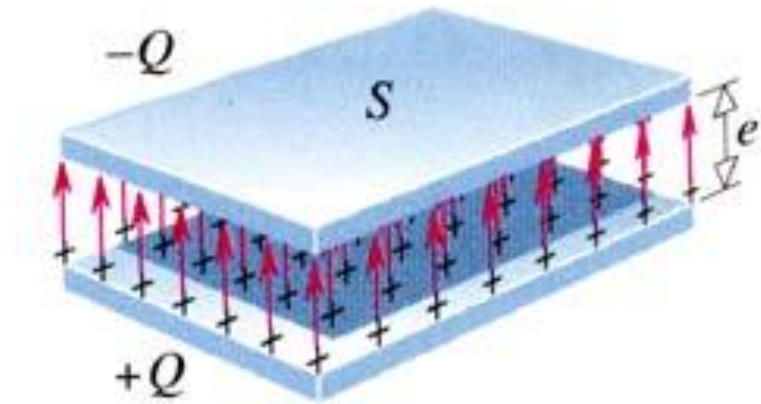
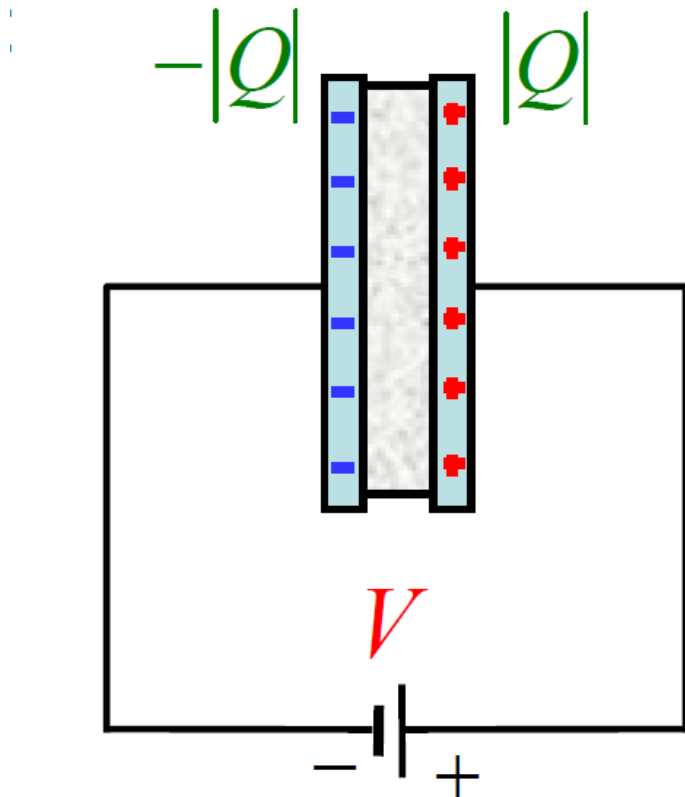
La méthode de calcul de la capacité est la suivante:

- Calcul du champ entre les deux conducteurs en fonction de la charge  $Q$
- Calcul du potentiel entre les deux conducteurs en fonction de la charge  $Q$
- Dédire la capacité comme le rapport  $Q/V$



## $\alpha$ - CAPACITE D'UN CONDENSATEUR PLAN

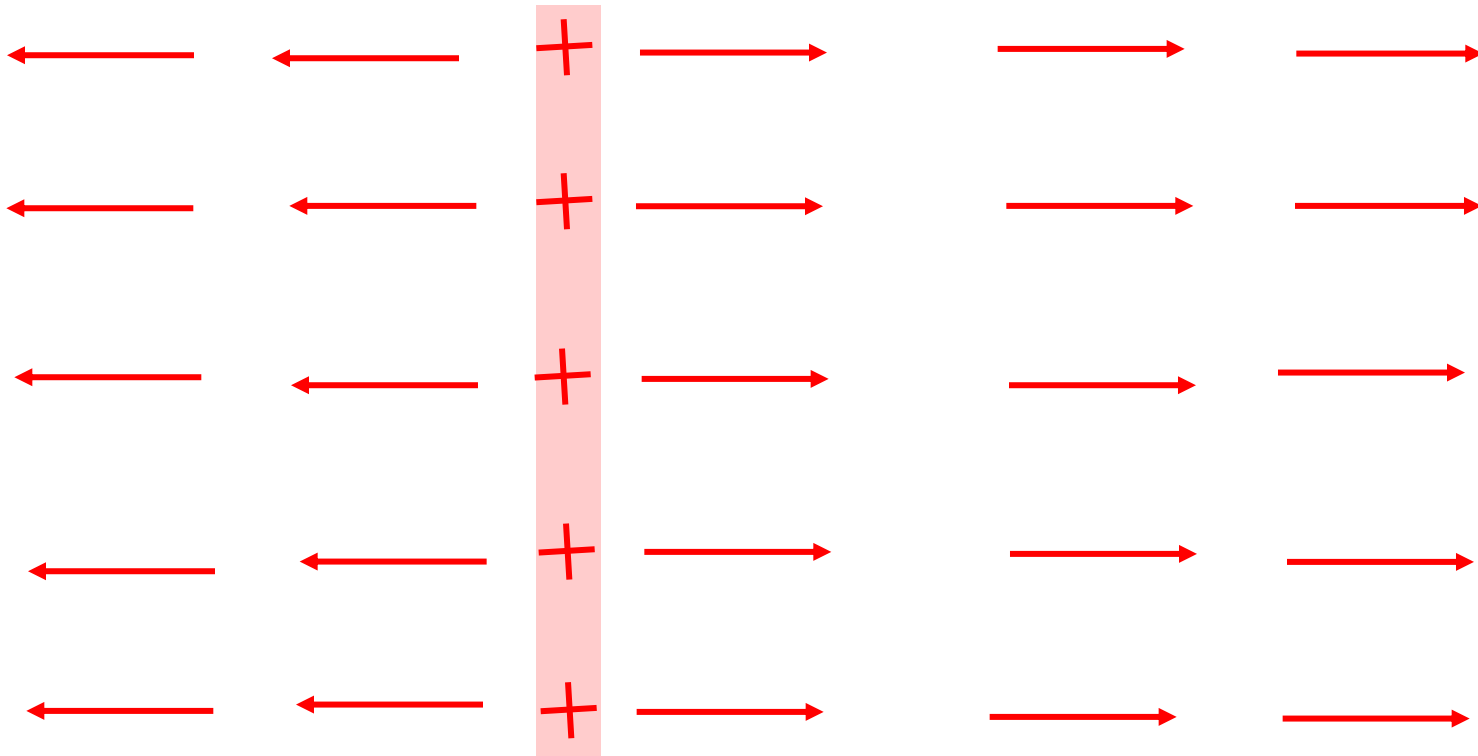
Il est constitué par deux plans infinies séparés d'une distance  $e$





## CONDENSATEUR PLAN

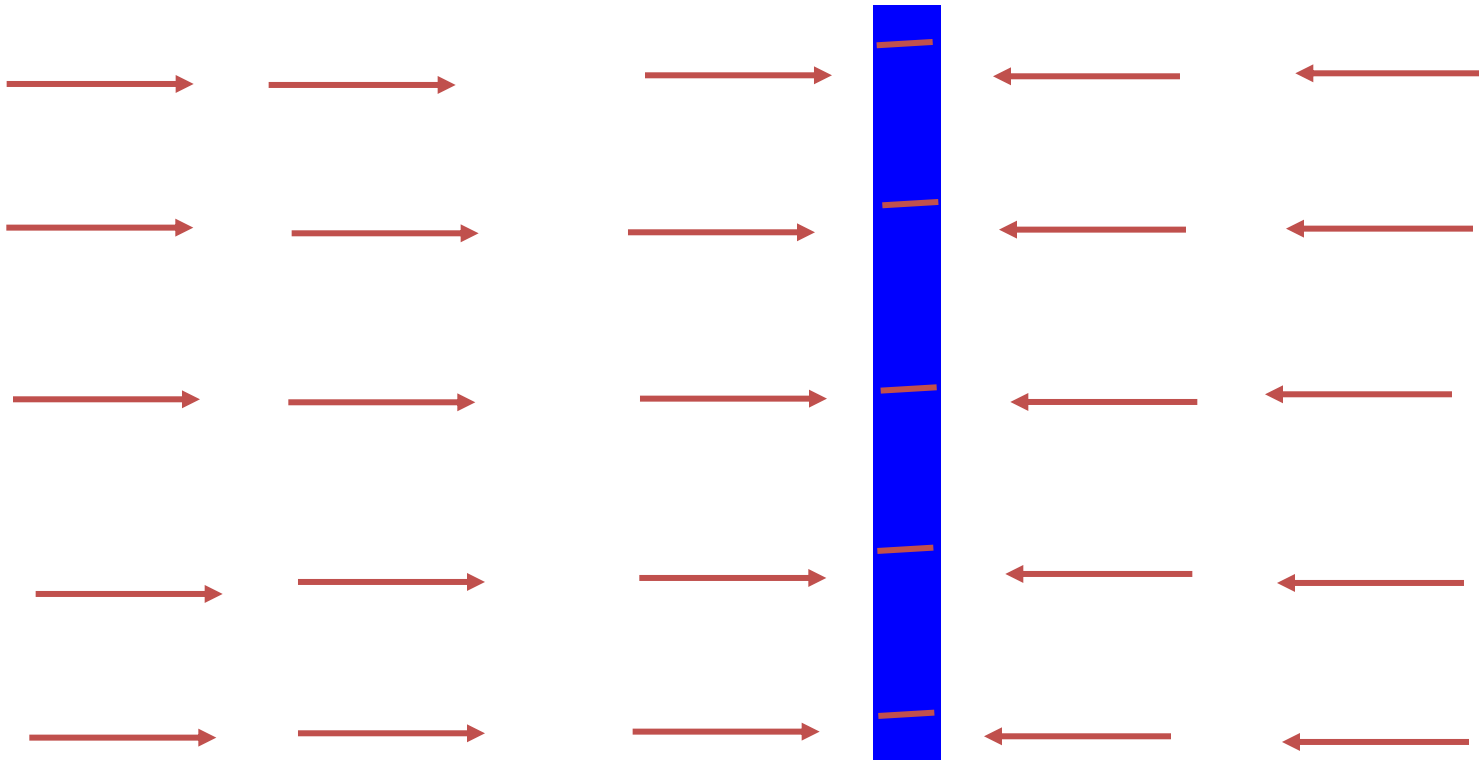
**Le champ électrique créé par un plan chargé positivement est sortant**





## CONDENSATEUR PLAN

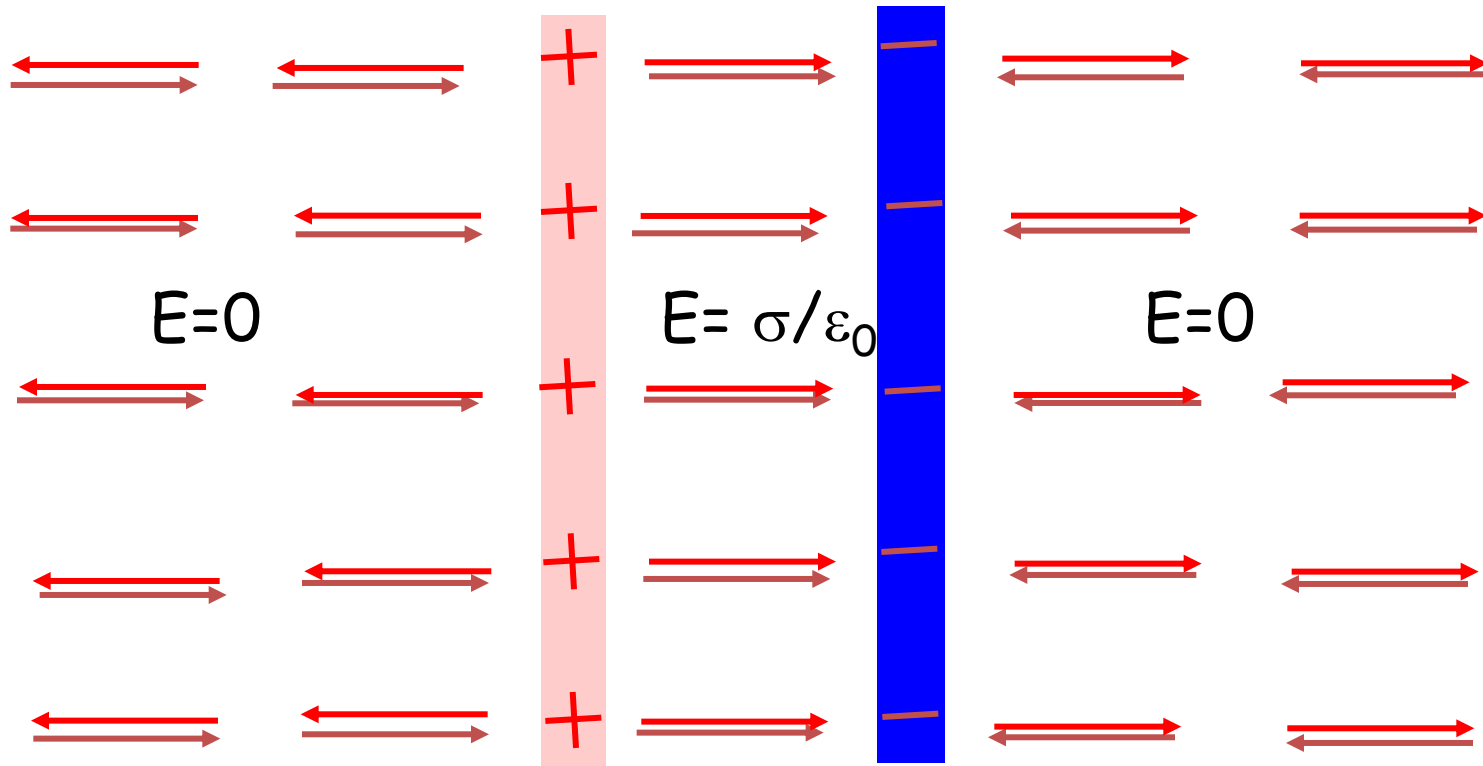
**Le champ électrique par un plan chargé négativement est rentrant**





## CONDENSATEUR PLAN

Champ électrique dû à 2 plans de charges opposées





## α- CAPACITE D'UN CONDENSATEUR PLAN



A- Calcul du champ électrique entre les deux conducteurs en fonction de Q:

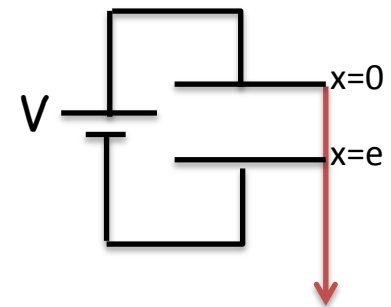
En module les champs créés par les deux plans sont égaux.

Et entre les deux conducteur le champ total est la somme des deux

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad E = E_1 + E_2 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot \frac{S}{S} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$$

B- Déduire le potentiel entre les deux plaques:

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \int_{V_A}^{V_B} dV = -\int_0^e \frac{Q}{\epsilon_0 S} dl \quad V = \frac{Qe}{\epsilon_0 S}$$



C- La capacité du condensateur plan est donc:

$$V = \frac{Q}{C} \Rightarrow C = \frac{\epsilon_0 S}{e}$$





## b- CAPACITE D'UN CONDENSATEUR SPHERIQUE



Il est formé par deux conducteurs sphériques, le premier A de rayon  $R_1$  et le second creux B de rayon intérieur  $R_2$

A- Calcul du champ entre les deux conducteurs en fonction de la charge Q:

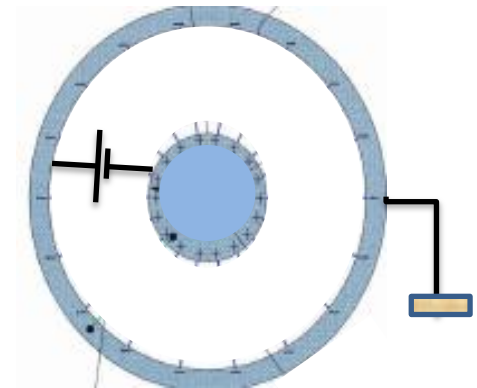
$$\iint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \quad E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

B- Dédire le potentiel entre les deux plaques:

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \int_{V_A}^{V_B} dV = -\int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr \quad V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2} \right]$$

C- La capacité du condensateur plan est donc:

$$V = \frac{Q}{C} \Rightarrow C = 4\pi\epsilon_0 \left[ \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} \right]$$





## b- CAPACITE D'UN CONDENSATEUR SPHERIQUE



### Remarque

La capacité d'un condensateur sphérique s'écrit:

$$C = 4\pi\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

Si la distance,  $d$ , entre les deux conducteurs est très petite par rapport aux rayons on a:

$$e \ll R_1 \text{ et } R_2 \Rightarrow (R_2 - R_1) = e \text{ et } R_1 R_2 \simeq R_1^2$$

On retrouve alors la capacité d'un conducteur plan

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{e}$$



## c- CAPACITE D'UN CONDENSATEUR CYLINDRIQUE



Il est formé par deux conducteurs cylindriques concentriques, le premier A de rayon  $R_1$  et le second creux B de rayon intérieur  $R_2$

A- Calcul du champ entre les deux conducteurs en fonction de la charge Q:

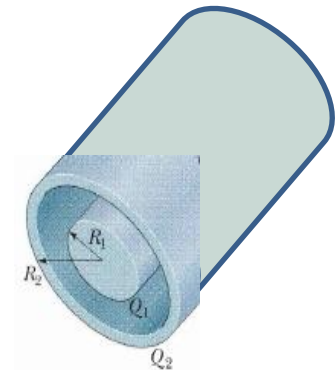
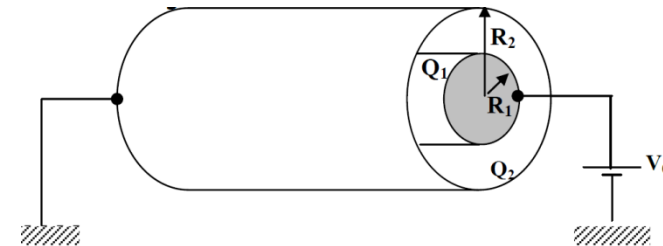
$$\iint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \quad E \cdot 2\pi r l = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r l}$$

B- Déduire le potentiel entre les deux plaques:

$$dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} \quad \int_{V_A}^{V_B} dV = -\int_{R_1}^{R_2} \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 r l} dr \quad V = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \ln \left[ \frac{R_2}{R_1} \right]$$

C- La capacité du condensateur plan est donc:

$$V = \frac{Q}{C} \Rightarrow C = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln \left[ \frac{R_2}{R_1} \right]}$$





## D- ASSOCIATIONS CONDENSATEURS



### A- EN SERIE

La tension de condensateurs en série la somme des tensions.

La charge qui traverse des condensateurs en série est la même.

$$\begin{cases} V = V_1 + V_2 \\ Q = Q_1 = Q_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

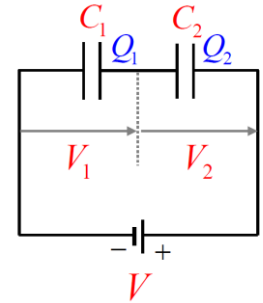
En simplifiant par la charge on obtient.

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

Pour N condensateurs en série on a :

N condensateurs --

$$C^{-1} = \sum_{n=1}^N C_n^{-1}$$





## D- ASSOCIATIONS CONDENSATEURS



### B- EN PARALLELE

La charge qui traverse des condensateurs en parallèle est la somme des charges de chaque condensateur.

La tension de condensateurs en parallèle est la même.

$$\begin{cases} Q = Q_1 + Q_2 \\ V = V_1 = V_2 \end{cases} \Rightarrow CV = C_1V + C_2V$$

En simplifiant par la tension on obtient.

$$C = C_1 + C_2$$

Pour N condensateurs en parallèle on a :

N condensateurs ||

$$C = \sum_{n=1}^N C_n$$

