MODULE D'ELECTRICITE

Plan du cours

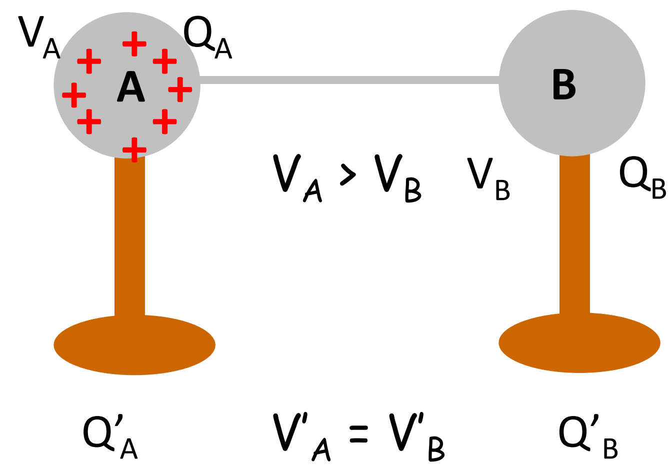
- ELECTROSTATIQUE
- CHAMPS ET POTENTIELS
- CONDUCTEURS
- CONDUCTION ELECTRIQUE
- RESEAUX ELECTRIQUES
- PHENOMENES MAGNETIQUES

1-COURANT ELECTRIQUE

A- ORIGINE DU COURANT ELECTRIQUE

Soit deux conducteurs A et B, en équilibre électrostatique de potentiel V_A et V_B respectivement, tel que $V_A > V_B$ et portant des charges Q_A et Q_B .

Ce mouvement des charges correspond à un courant électrique dans le fil.



Après un certain temps les conducteurs sont au même potentiel. Il y a un nouvel l'équilibre.

Le courant qui est apparu est dit: Courant temporaire

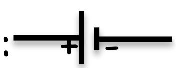
Il y a conservation de la charge lors de cet échange.

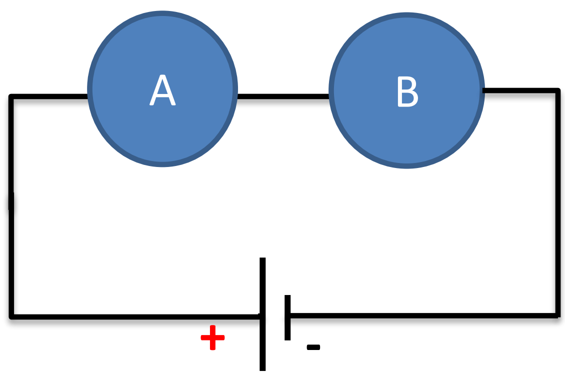
$$Q_1 + Q_2 = Q_1^{'} + Q_2^{'}$$

B- COURANT PERMANENT OU CONTINU

Pour maintenir le courant temporaire précédent, il faut maintenir le déséquilibre et donc d'amener continuellement des charges sur l'un des conducteurs.

Ceci se fait en introduisant un appareil appelé: Générateur qui maintient la différence de potentiel constante.

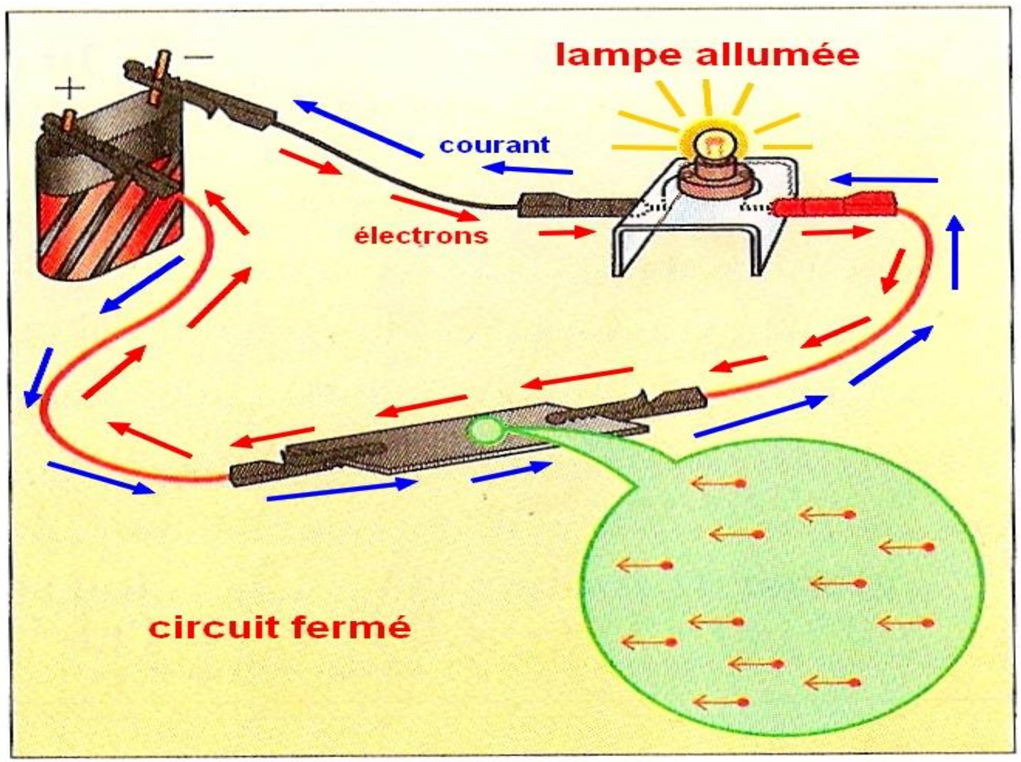
Il est schématisé par: 



Les charges + se déplacent de A vers B et les – de B vers A

Sens conventionnel du courant

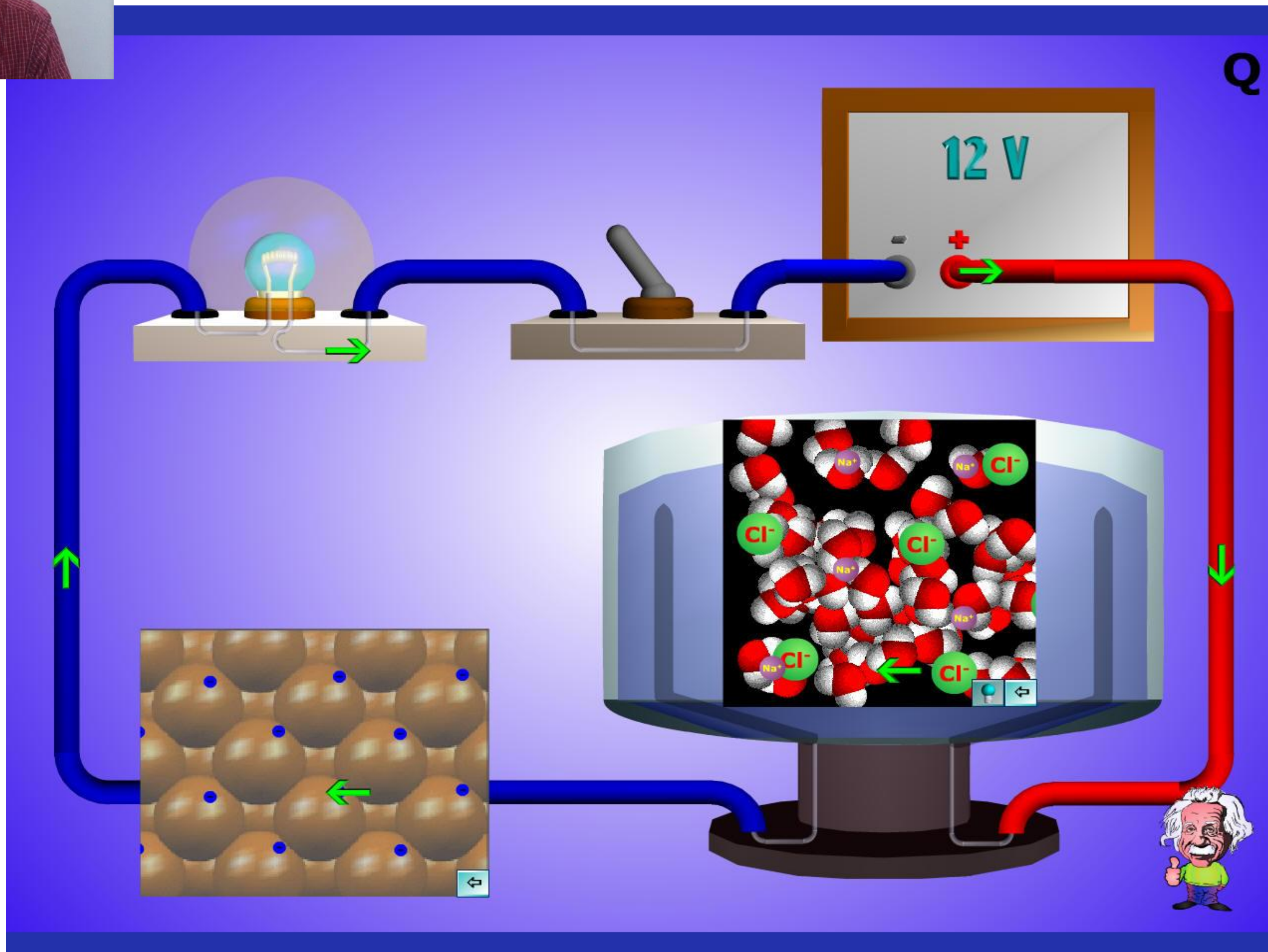
Le sens conventionnel du courant correspond à celui de la circulation des charges positives



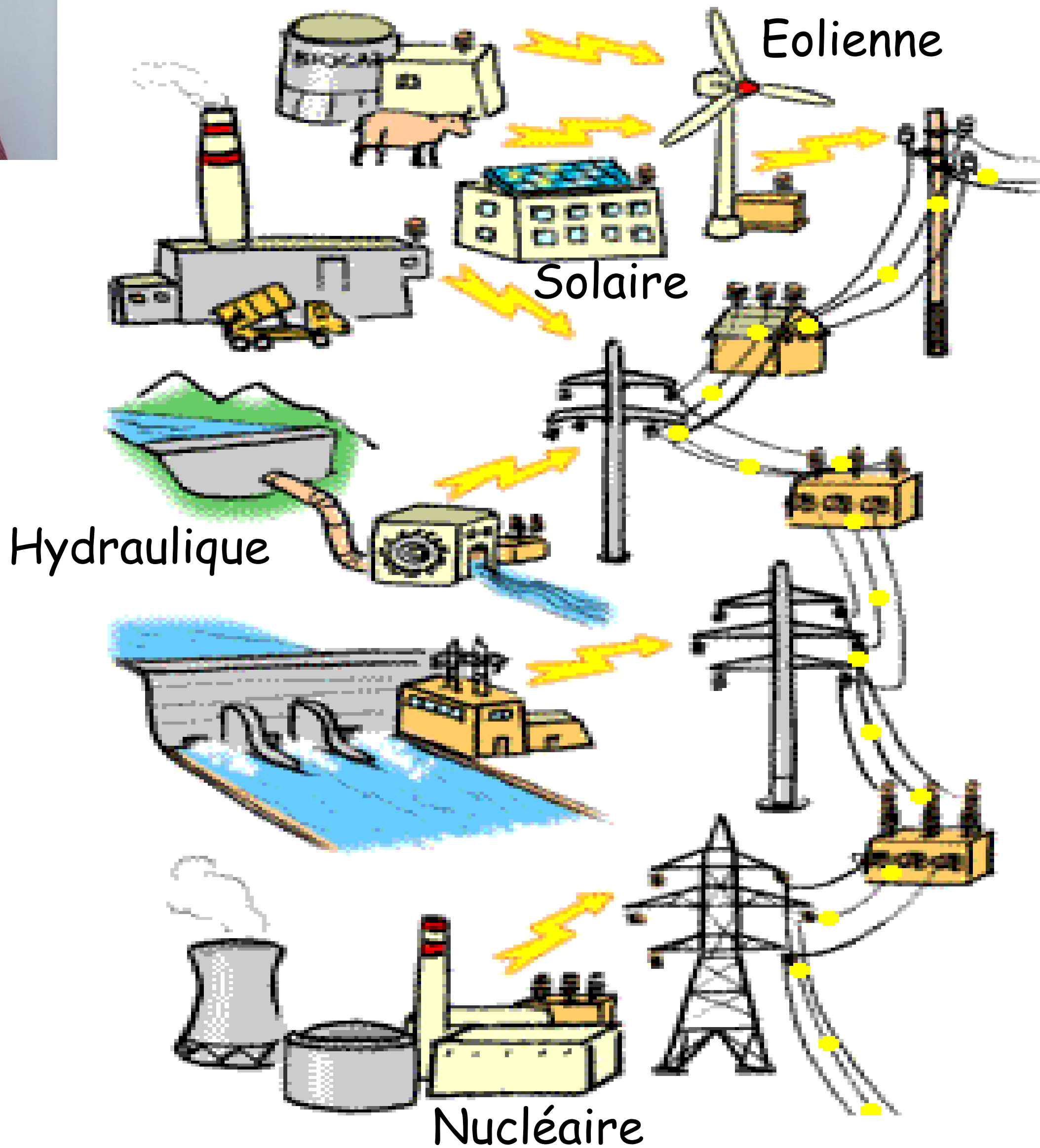
C'est-à-dire du pôle – vers le + à l'intérieur du générateur et du + vers – à l'extérieur

nature_courant.exe

Sens conventionnel du courant

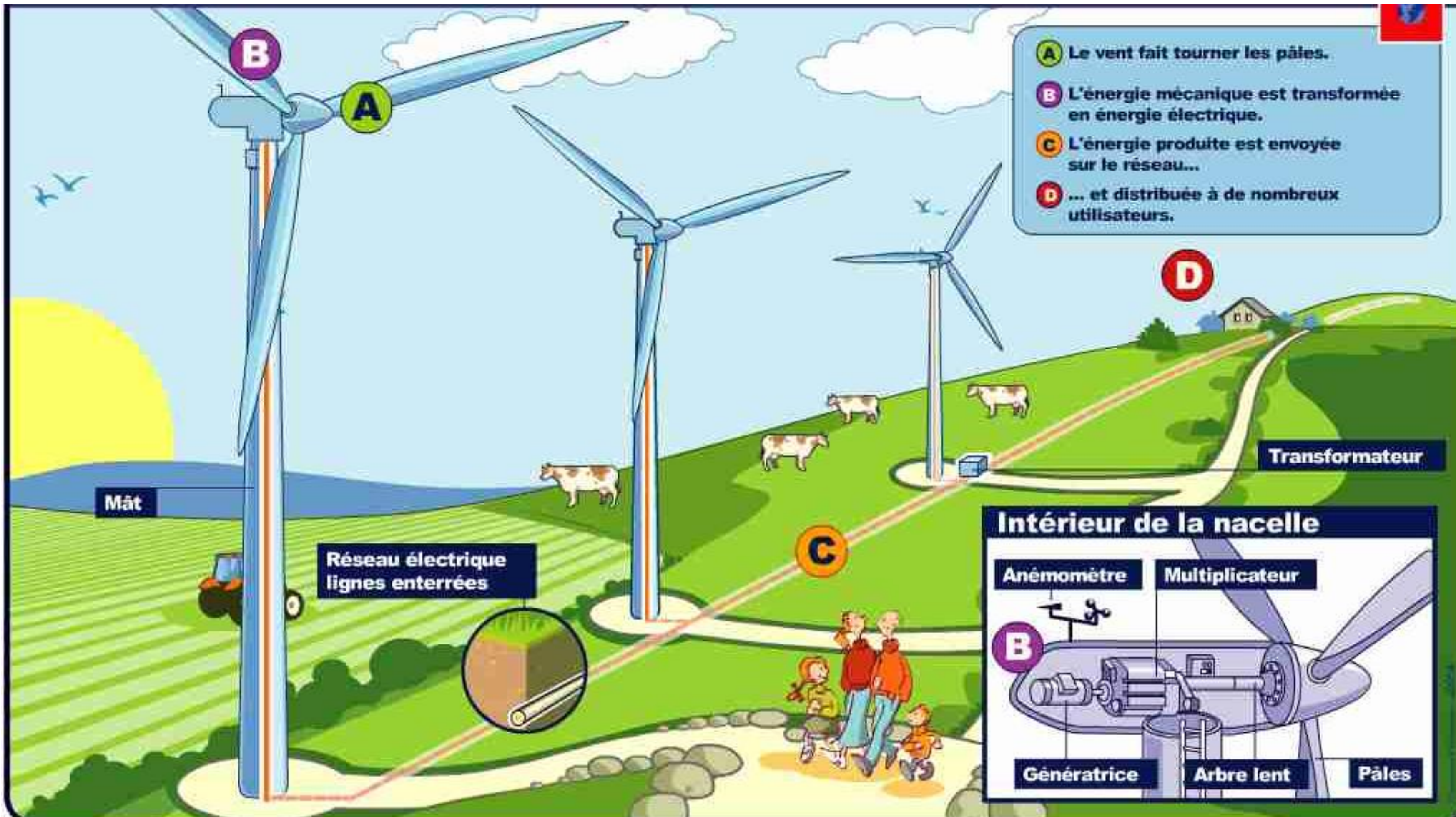


Différentes sources d'électricité



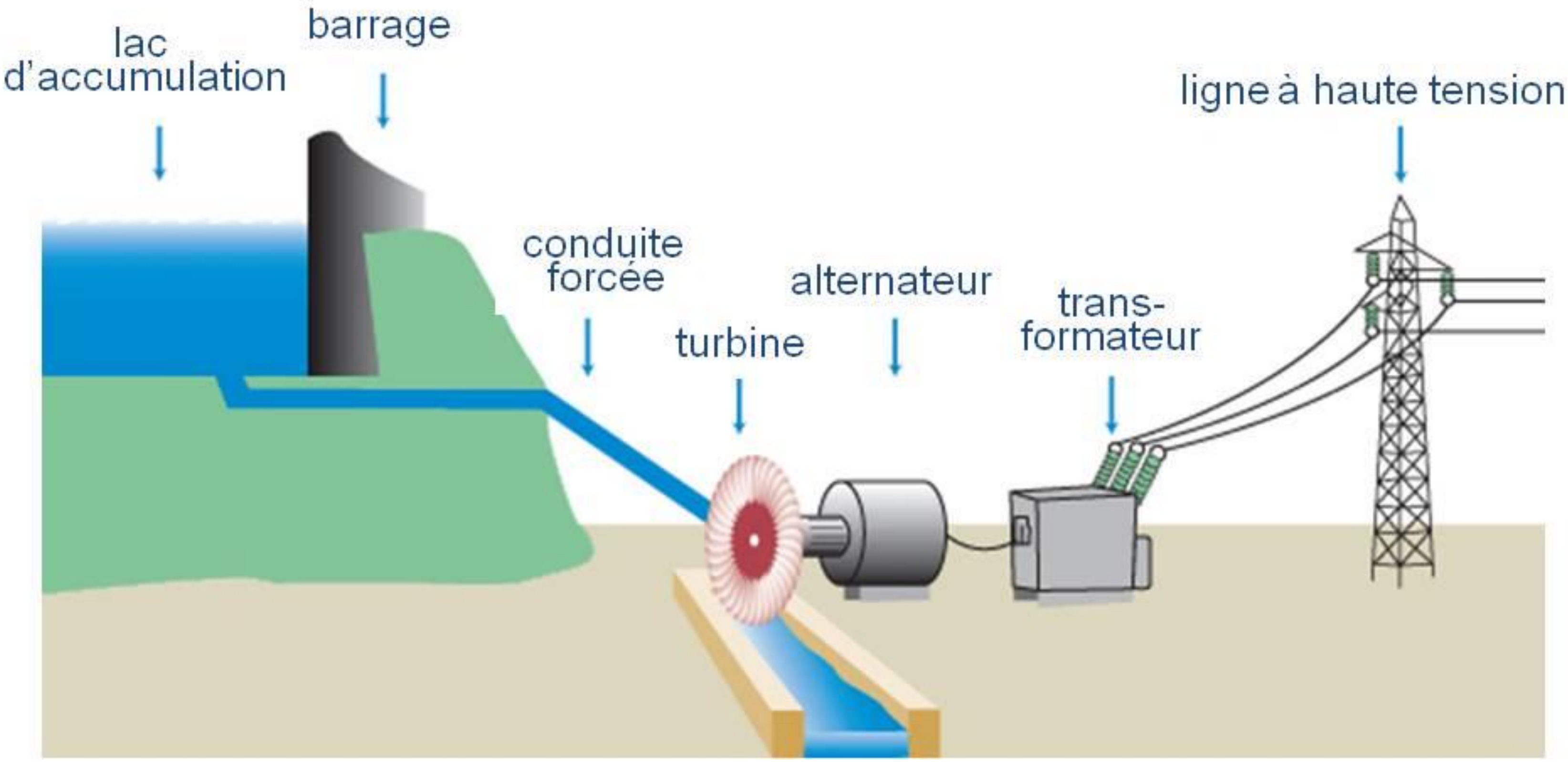
Différentes sources d'électricité

Eolienne



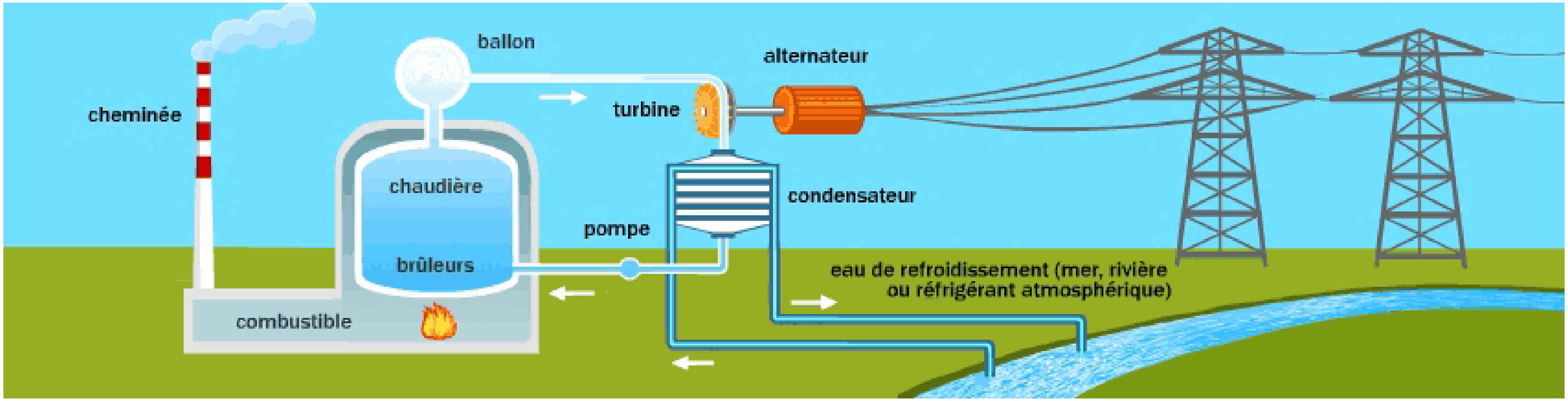
Différentes sources d'électricité

Centrale électrique hydraulique



Différentes sources d'électricité

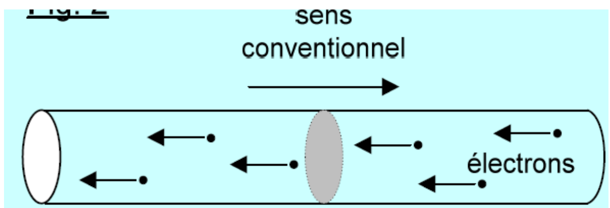
Centrale électrique thermique



C- INTENSITE DU COURANT

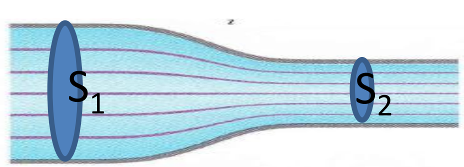
- Définition

Soit une portion AB de conducteur de section S, parcourue par un courant électrique. Si pendant un temps dt, une charge dq traverse S, l'intensité du courant est:



$$I = \frac{dq}{dt} \quad (A)$$

- Conservation du courant

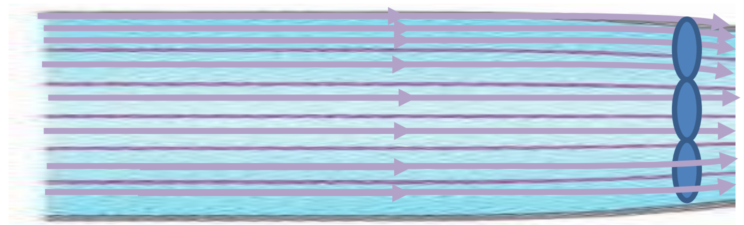


$$S_1 \rightarrow I_1 = \frac{dq_1}{dt}$$

$$S_2 \rightarrow I_2 = \frac{dq_2}{dt}$$

$$dq_1 = dq_2 \Rightarrow I_1 = I_2$$

D- VECTEUR DENSITE DE COURANT



- Quelques Définitions

- Ligne de courant: *C'est la trajectoire orientée décrite par les charges positives en mouvement*
- Tube de courant: *C'est un ensemble de lignes de courant s'appuyant sur un contour fermé (C)*

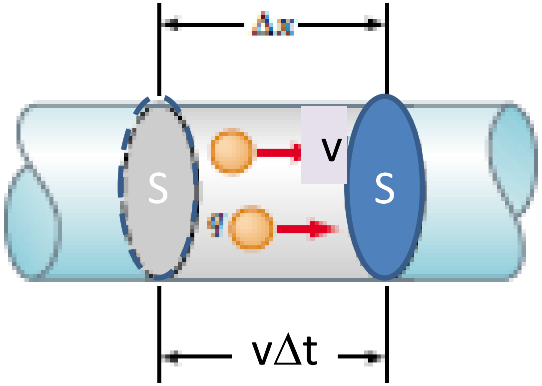
- Vecteur densité de courant

On définit un vecteur densité de courant ayant la direction et le sens du mouvement des charges positives comme :

$$j = \frac{dI}{dS} \quad (A/m^2)$$

Le vecteur densité de courant est tangent à la ligne de courant

- Expression de vecteur densité de courant



n: nombre d'électrons par unité de volume

dS: section droite du tube de courant

v: vitesse des porteurs de charges

Pendant un temps Δt, la distance parcourues par les charges est:

$$\Delta x = v\Delta t$$

La charge Δq ayant traversé la section S pendant ce temps Δt est :

$$\Delta q = nq\Delta V = nq\Delta x S = nqv\Delta t S$$

Le courant **I** ayant traversé la section S pendant ce temps Δt est :

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = nqvS$$

La densité de courant s'écrit alors:

$$j = \frac{I}{S} = nqv$$

- Expression de vecteur densité de courant

La densité de courant s'écrit alors:

$$j = \frac{I}{S} = nqv$$

Comme le vecteur j est tangent à la ligne de courant et en supposant des électrons comme porteurs de charges on a:

$$\vec{j} = -ne\vec{v}$$

Pour un conducteur de section S on a:

$$I = \iint \vec{j}.d\vec{S}$$

EXERCICE D'APPLICATION

Calculer la vitesse des charges libres dans un fil de cuivre cylindrique homogène parcouru par un courant I = 10 A. Sa section est S = 1 mm^2 .
On donne:

Masse volumique du cuivre : ρ = 8.8 10^3 kg/m^3
Masse molaire du cuivre : M = 63.6 g
De plus, on suppose qu'il y a un électron libre par atome de cuivre

CORRIGE

On sait que le vecteur densité de courant s'écrit :

$$j = nqv \Rightarrow v = \frac{j}{nq}$$

On doit donc calculer le nombre d'électrons par unité de volume et le vecteur densité de courant

-vecteur densité de courant:

$$j = \frac{I}{S} = 10^7\, A/m^2$$

CORRIGE

- Nombre d'électrons libres par unité de volume:

Comme il y a un électron libre par atome de cuivre donc :

Nbre atomes = Nbre électrons

$$M \rightarrow \mathbf{N}$$
$$m \rightarrow N$$

$$\Rightarrow N = \frac{m}{M}\mathbf{N}; \quad \mathbf{N}\text{: est le nombre d'Avogadro}$$

Le nombre d'électrons libres par unité de volume est:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{m}{MV}\mathbf{N} \Rightarrow n = \frac{\rho}{M}\mathbf{N} \qquad n = 8.33\ 10^{28}\ e/m^3$$

On obtient une vitesse de: **v = 7.5 10^{-4} m/s**

Georg Simon Ohm

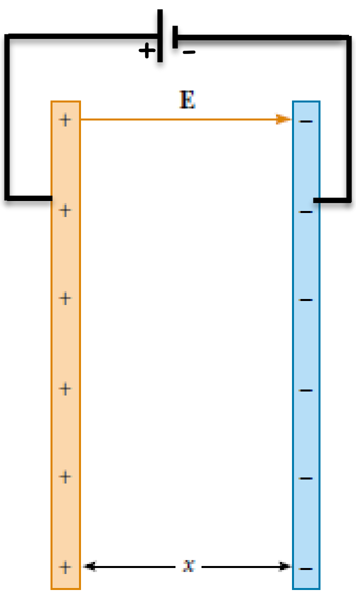
(1787-1854)

2-Loi d'Ohm

Dans un conducteur les porteurs de charges se mettent en mouvement sous l'action d'un champ électrique car il y a un courant électrique qui le traverse.

Ce courant est proportionnel à la différence de potentiel V aux bornes de ce conducteur

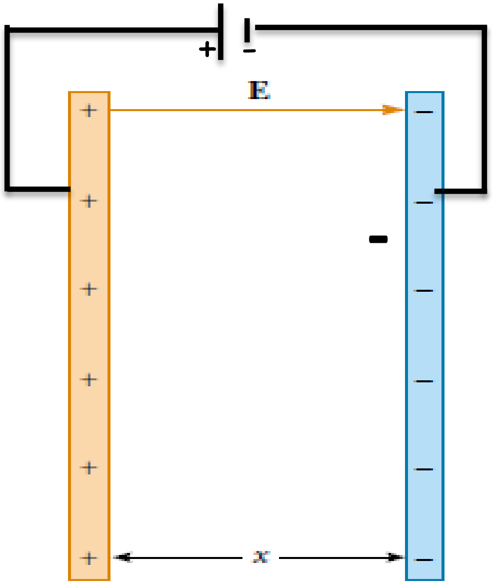
- Mouvement des électrons dans le vide



On relie deux plaques A et B à une différence de potentiel (d.d.p) $V = V_B - V_A$

Il en résulte un champ électrique entre A et B

$$dV = -\vec{E}.\vec{dl} \Rightarrow E = \frac{V}{L}$$



- Mouvement des électrons dans le vide

Si un électron est émis, il est soumis à une force électrique:

$$\vec{F} = -e\vec{E} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E}$$

L'électron décrit donc un mouvement rectiligne uniformément accéléré

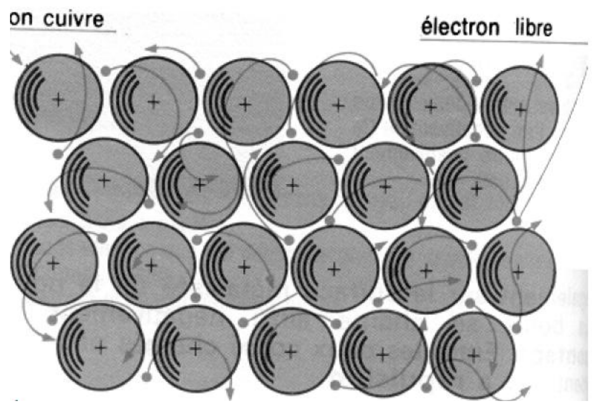
En écrivant la conservation de l'énergie mécanique totale on a:

$$W = \Delta E_c = -\Delta E_p = e\Delta V \succ 0$$

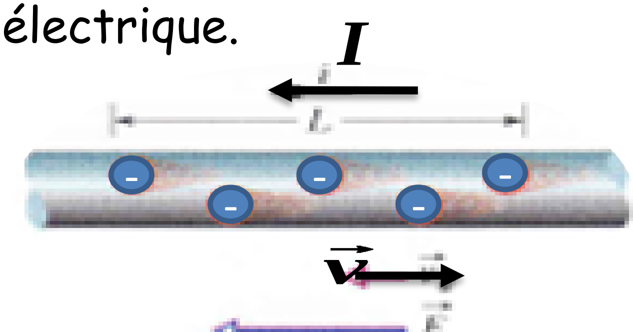
La vitesse augmente donc

- Mouvement des électrons dans un conducteur

Dans un métal, en absence de champ électrique, les électrons libres se déplacent dans toutes les directions et statistiquement leur vitesse moyenne est nulle.



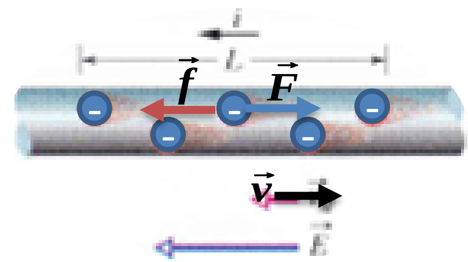
En présence du champ électrique, il y a un mouvement d'entrainement des charges qui se crée et en résulte un courant électrique.



- Mouvement des électrons dans un conducteur

Les électrons libres subissent des collisions multiples avec les atome du cristal. Du point de vue macroscopique, ces collisions sont représentées par une force de frottement visqueux

$$\vec{f} = -k\vec{v}$$



On applique la relation fondamentale de la dynamique:

$$\vec{F} + \vec{f} = m\vec{a} \Rightarrow -e\vec{E} - k\vec{v} = m\vec{a}$$

Sa projection suivant le sens du mouvement donne:

$$-eE - kv = ma = m\frac{dv}{dt}$$

On aboutit donc à une équation différentielle du premier ordre avec second membre

$$m\frac{dv}{dt} + kv = -eE$$

- Mouvement des électrons dans un conducteur

On écrit l'équation sous la forme:

$$m\frac{dv}{dt}+(kv+eE)=0$$

On fait le changement de variable suivant

$$X=(kv+eE)\Rightarrow dX=kdv$$

On abouti à :

$$\frac{m}{k}\frac{dX}{dt}+X=0$$

En faisant une séparation des variables on obtient

$$\frac{dX}{X}=-\frac{k}{m}dt$$

L'intégration de cette équation donne :

$$\ln X=-\frac{k}{m}t+Cte$$

- Mouvement des électrons dans un conducteur

En passant aux exponentielles on a:

$$X = exp(-\frac{k}{m}t + Cte) = A\exp(-\frac{k}{m}t)$$

On remplace X par son expression :

$$kv + eE = A\exp(-\frac{k}{m}t) \Rightarrow v(t) = \frac{A}{k}\exp(-\frac{k}{m}t) - \frac{eE}{k}$$

La condition initiale ,v(0)=0, donne:

$$A = eE \Rightarrow v(t) = -\frac{eE}{k}\left(\exp(-\frac{k}{m}t) - 1\right)$$

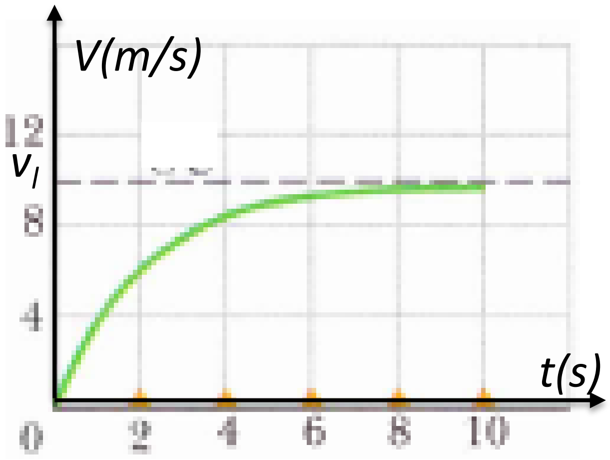
Qui s'écrit sous la forme:

$$v(t) = v_l\left(\exp(-\frac{t}{\tau}) - 1\right) \quad avec : v_l = -\frac{eE}{k} \; et \quad \tau = \frac{m}{k}$$

- Mouvement des électrons dans un conducteur

$$v(t) = v_l\left(\exp(-\frac{t}{\tau}) - 1\right) \quad avec : v_l = -\frac{eE}{k} \; et \quad \tau = \frac{m}{k}$$

Le graphe donnant l'évolution de la vitesse en fonction du temps montre deux grandeurs caractéristiques

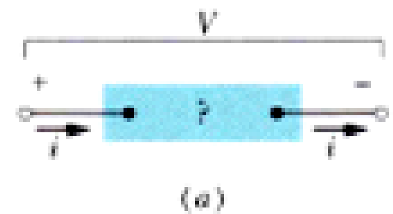


$v_l = \frac{eE}{k}$: vitesse limite atteinte par les électrons

$\tau = \frac{m}{k}$: constante de temps ou temps au bout duquel on atteint pratiquement cette vitesse

- Enoncé de la Loi d'Ohm

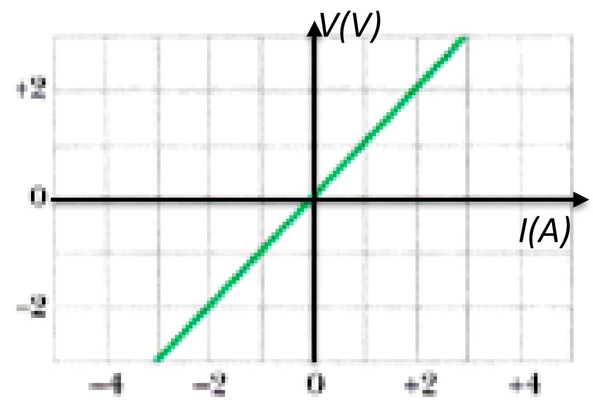
L'existence de la force de frottement se traduit par un dégagement de chaleur. La loi d'Ohm est une loi expérimentale qui relie la tension V au courant I.



Enoncé:

Pour un conducteur métallique, le rapport entre V et I est constant. Cette constante est appelée résistance électrique et est notée : R

$$V = RI$$

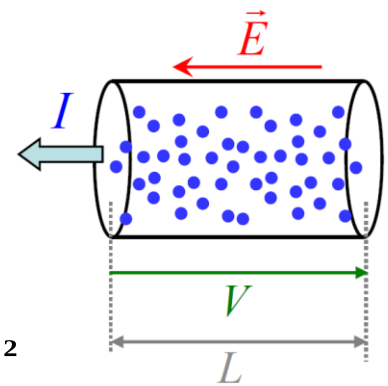


- Notion de conductivité, résistivité et mobilité

* Conductivité : σ ($\Omega^{-1}\ m^{-1}$)

Soit un conducteur cylindrique de longueur L parcouru par un courant I et soumis à une différence de potentiel V à ses bornes.

On doit écrire la densité de courant sous la forme:



$$j = \sigma E$$

D'un point de vue microscopique:

$$\begin{cases} j = nev \\ v = \dfrac{e}{k} \end{cases} \Rightarrow j = \frac{ne^2}{k} E \Rightarrow \sigma = \frac{ne^2}{k}$$

D'un point de vue macroscopique:

$$\begin{cases} j = \sigma E = \dfrac{I}{S} \\ V = RI = EL \end{cases} \qquad \sigma \frac{RI}{L} = \frac{I}{S} \Rightarrow \sigma = \frac{L}{RS}$$

- Notion de conductivité, résistivité et mobilité

cuivre : $\rho_e = 1{,}7\ 10^{-8}\ \Omega\mathrm{m}$
fer : $\rho_e = 10^{-7}\ \Omega\mathrm{m}$
carbone : $\rho_e = 3{,}5\ 10^{-5}\ \Omega\mathrm{m}$
verre : $\rho_e = 10^{12}\ \Omega\mathrm{m}$

* Résistivité: ρ (Ω m)

C'est l'inverse de la conductivité

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

Material	Resistivity, ρ ($\Omega \cdot \mathrm{m}$)	Temperature Coefficient of Resistivity, α (K^{-1})
	Typical Metals	
Silver	1.62×10^{-8}	4.1×10^{-3}
Copper	1.69×10^{-8}	4.3×10^{-3}
Gold	2.35×10^{-8}	4.0×10^{-3}
Aluminum	2.75×10^{-8}	4.4×10^{-3}
Manganin[a]	4.82×10^{-8}	0.002×10^{-3}
Tungsten	5.25×10^{-8}	4.5×10^{-3}
Iron	9.68×10^{-8}	6.5×10^{-3}
Platinum	10.6×10^{-8}	3.9×10^{-3}
	Typical Semiconductors	
Silicon, pure	2.5×10^{3}	-70×10^{-3}
Silicon, *n*-type[b]	8.7×10^{-4}	
Silicon, *p*-type[c]	2.8×10^{-3}	
	Typical Insulators	
Glass	$10^{10} - 10^{14}$	
Fused quartz	$\sim 10^{16}$	

[a]An alloy specifically designed to have a small value of α.
[b]Pure silicon doped with phosphorus impurities to a charge carrier density of $10^{23}\ \mathrm{m}^{-3}$.
[c]Pure silicon doped with aluminum impurities to a charge carrier density of $10^{23}\ \mathrm{m}^{-3}$.

* Mobilité : μ (m² / V.s)

On écrit la vitesse est sous la forme:

$$v = \mu E = \frac{eE}{k} \Rightarrow \mu = \frac{e}{k}$$

- Loi de Joule

Lorsqu'un conducteur parcouru par un courant I, il se dégage de la chaleur.

Si Q est la quantité de charge qui le traverse, le travail est :

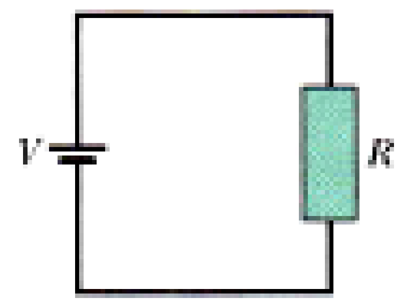
$$W = QV$$

Le passage du courant I pendant un temps t équivaut à une charge :

$$Q = It$$

Si on appelle R la résistance de ce conducteur et en utilisant la loi d'Ohm on a alors:

$$W = (It)(RI) = RI^2 t$$



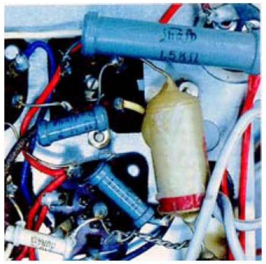
La puissance correspondante est donc:

$$P = \frac{W}{t} = RI^2$$

Si le courant varie en fonction du temps l'énergie par effet joule s'écrit

$$W = \int Ri^2 dt$$

3- Calcul de résistance



A- Méthode de calcul:

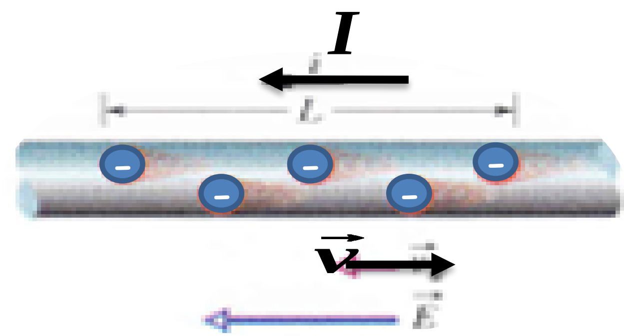
Pour calculer la résistance d'un conducteur, il faut passer par trois étapes:

- - Déterminer l'expression du champ électrique en fonction du courant
- - Déterminer l'expression du potentiel en fonction du courant
- - Déduire la résistance comme R=V/I

B- Résistance d'un Conducteur homogène

- Expression du champ électrique en fonction du courant

$$j = \sigma E = \frac{I}{S} \qquad E = \frac{I}{\sigma S}$$



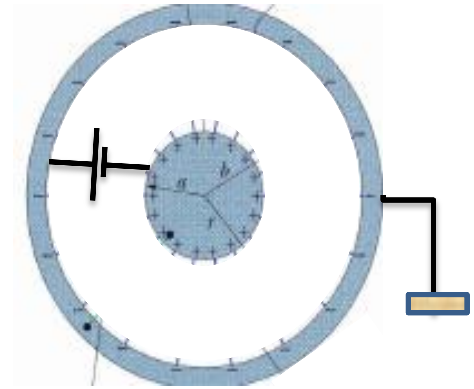
- Expression du potentiel en fonction du courant

$$dV = -\vec{E}.d\vec{l} \Rightarrow \int_{V_A}^{V_B} dV = \int_0^l \frac{I}{\sigma S} dl \qquad V = V_A - V_B = \frac{Il}{\sigma S}$$

- Déduire la résistance comme

$$R = \frac{V}{I} = \frac{l}{\sigma S} = \rho \frac{l}{S}$$

C- Condensateur sphérique



- Expression du champ électrique en fonction du courant

$$j = \sigma E = \frac{I}{S} \qquad \Rightarrow E = \frac{I}{\sigma 4\pi r^2}$$

- Expression du potentiel en fonction du courant

$$dV = -\vec{E}.d\vec{l} \Rightarrow \int_{V_A}^{V_B} dV = \int_{R_1}^{R_2} \frac{I}{\sigma 4\pi r^2} dr$$

$$V = V_A - V_B = \frac{I}{4\pi\sigma}\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right] = \frac{I}{4\pi\sigma}\left[\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}\right]$$

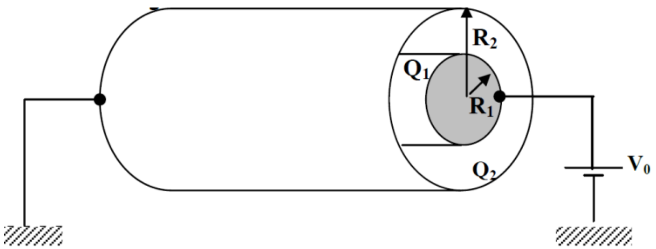
- Déduire la résistance comme

$$R = \frac{V}{I} = \frac{1}{4\pi\sigma}\left[\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}\right]$$

D- Condensateur sphérique

- Expression du champ électrique en fonction du courant

$$j = \sigma E = \frac{I}{S} \qquad E = \frac{I}{\sigma S} = \frac{I}{\sigma 2\pi r l}$$



- Expression du potentiel en fonction du courant

$$dV = -\vec{E}.\vec{dl} \Rightarrow \int_{V_A}^{V_B} dV = \int_0^l \frac{I}{\sigma 2\pi r l} dr$$

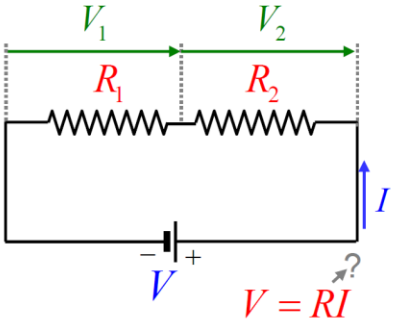
$$V = V_A - V_B = \frac{I}{2\pi\sigma} \ln\left[\frac{R_2}{R_1}\right]$$

- Déduire la résistance comme

$$R = \frac{V}{I} = \frac{1}{2\pi\sigma} \ln\left[\frac{R_2}{R_1}\right]$$

4- Association de résistances

A- En série



Pour des résistances placées en série, la tension totale est la somme des tensions alors que le courant est le même

$$V = V_1 + V_2$$
$$I = I_1 = I_2$$

En utilisant la loi d'Ohm on obtient:

$$RI = R_1 I_1 + R_2 I_2$$

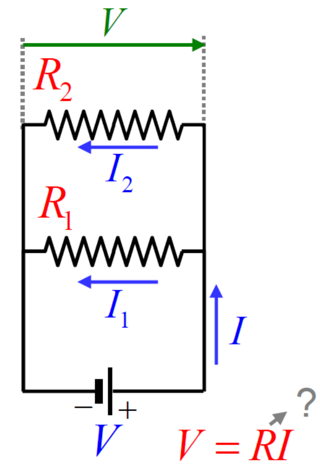
En simplifiant par I on a:

$$R = R_1 + R_2$$

Pour N résistances en série on a:

$$\boxed{R = \sum_{n=1}^{N} R_n}$$

4- Association de résistances



B- En parallèle

Pour des résistances placées en parallèle, le courant total est la somme des courants alors que la tension est la même

$$V = V_1 = V_2$$

$$I = I_1 + I_2$$

En utilisant la loi d'Ohm on obtient:

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow \frac{V}{R} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2}$$

En simplifiant par V on a:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Pour N résistances en parallèle on a:

$$\boxed{R^{-1} = \sum_{n=1}^{N} R_n^{-1}}$$

EXERCICE 1:

Un conducteur cylindrique de cuivre, de section $s = 1\ mm^2$ et de longueur $L = 10\ m$, est parcouru par un courant constant de 5 A.

1- Calculer le module du vecteur densité de courant.
2- Calculer le nombre d'électrons libres par unité de volume sachant qu'un atome de cuivre libère un électron.
On donne : La masse atomique du cuivre $M = 64\ g$, sa masse volumique $\rho_{Cu} = 8900\ kg/m^3$ et le nombre d'Avogadro $N = 6.023 \times 10^{23}$.

3- Calculer la valeur de la vitesse de dérive des électrons libres.
4- Calculer la résistivité du conducteur.

CORRIGE DE L'EXERCICE 1:

EXERCICE 2:

Un cylindre homogène en argent de diamètre d égal à 1.2 mm et de longueur l égale à 42cm, est parcouru par un courant I=50A lorsque la différence de potentiel appliquée entre ses deux bases vaut V=0.3 V.

1) Calculer la conductivité γ de l'argent.
2) Sachant que chaque atome d'argent libère un électron pour la conduction, trouver 1e nombre n d'électrons libres par mètre cube.

On rappelle que pour l'argent le nombre de masse est A=108 et la masse volumique ρ= 10.5 g/cm^3.

3) À partir de deux expressions différentes du vecteur densité de courant, trouver la vitesse de dérive des électrons de conduction.
4) Calculer la mobilité μ des porteurs de charges libres pour l'argent.

CORRIGE DE L'EXERCICE 2:

EXERCICE 3:

Un fil de cuivre cylindrique de diamètre d = 1mm et de longueur l = 1m est parcouru par un courant constant d'intensité I = 1 A. Il satisfait la loi d'Ohm microscopique : $\vec{j} = \gamma \vec{E}$

Données concernant le cuivre:

masse molaire M = 63.4g/mol , masse volumique µ = 8.9g/cm^3 ;numéro atomique: Z = 29 résistivité à 200 °C : $\rho = \gamma^{-1}$ = *1.7 10^{-8} Ω.m où γ est la conductivité. Il y a un électron de conduction par atome de cuivre. La charge de l'électron: e = 1.6 10^{-19} C; nombre d'Avogadro: N = 6.02 10^{23} molécules/mole*

1 Quel est la forme des lignes de champ électrique et des lignes de courant dans les deux cas suivants:

1) le fil est rectiligne;

2) le fil forme une boucle circulaire ($l \gg d$) .

3) Donner l'expression algébrique de la densité volumique de charge mobile ρ (m) en fonction de e ,µ ,M , et N . Comparer aux densités volumiques de charge positive ρ^+ et de charge négative ρ^-.

EXERCICE 3 (suite):

4) En utilisant la loi d'Ohm microscopique, retrouver la loi d'Ohm macroscopique, puis l'expression algébrique de la résistance du fil en fonction de d , l et r .

5) Evaluer numériquement:

a. La résistance R du fil.

b. La densité de courant j.

c. La chute de potentiel V entre les extrémités du fil et la puissance dissipée.

d. La densité volumique de charge mobile.

e. La vitesse moyenne des électrons de conduction. La comparer à leur vitesse d'agitation thermique et à la vitesse de la lumière.

CORRIGE DE L’EXERCICE 3: