MODULE D'ELECTRICITE

Plan du cours

- ELECTROSTATIQUE
- CHAMPS ET POTENTIELS
- CONDUCTEURS
- CONDUCTION ELECTRIQUE
- RESEAUX ELECTRIQUES
- PHENOMENES MAGNETIQUES

1-GENERATEURS ET RECEPTEURS

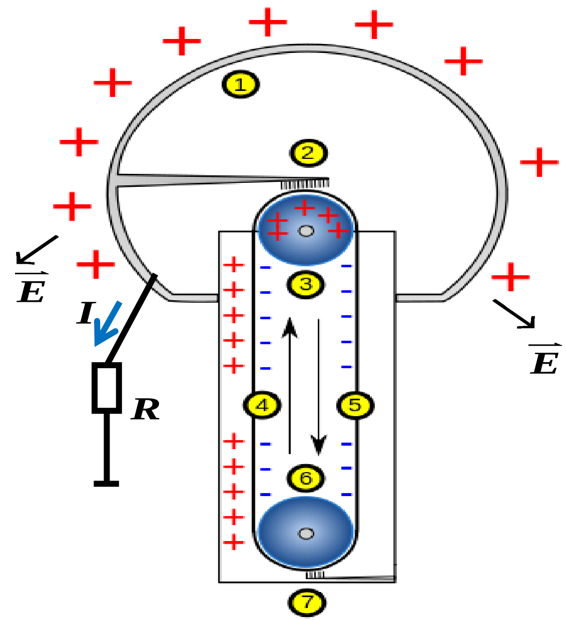
A- GENERATEURS

La circulation des charges dans un circuit nécessite la présence d'un générateur de tension ou de courant

Il existe plusieurs types de générateurs:

- Générateur électrostatique : Van Der Graff
- Générateurs électrochimiques : Piles

Générateur électrostatique



Les charges arrivent à l'intérieur d'une sphère métallique (1) (par l'intermédiaire de la courroie).

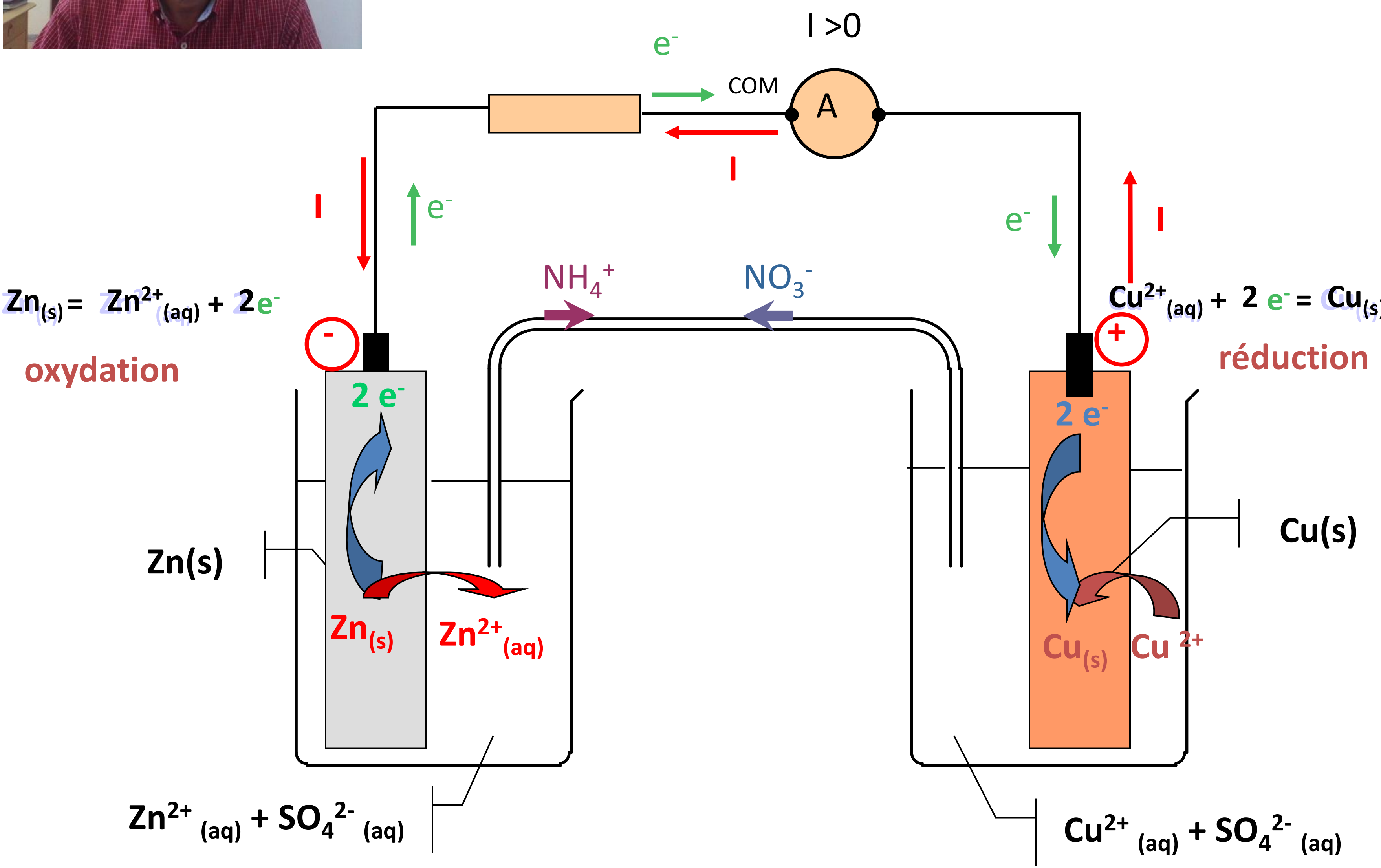
Ces charges produisent par influence des charges opposées –Q sur la face interne et +Q sur la externe de cette sphère.

Le potentiel de la sphère s' élève . Entre (1) et le sol apparait un champ électrique E.

Si on relie la sphère (1) et le sol à travers une résistance R , un courant circule dans R dans le sens du champ E

A- GENERATEURS

Générateur électrochimique



A- GENERATEURS

Fonctionnement de la pile

Étude des deux demi-piles :

- Demi-pile du zinc :

$$Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^- \qquad E_{Zn} \approx -0,76V$$

- Demi-pile de cuivre :

$$Cu^{2+} + 2e^- \rightarrow Cu \qquad E_{Cu} \approx +0,34V$$

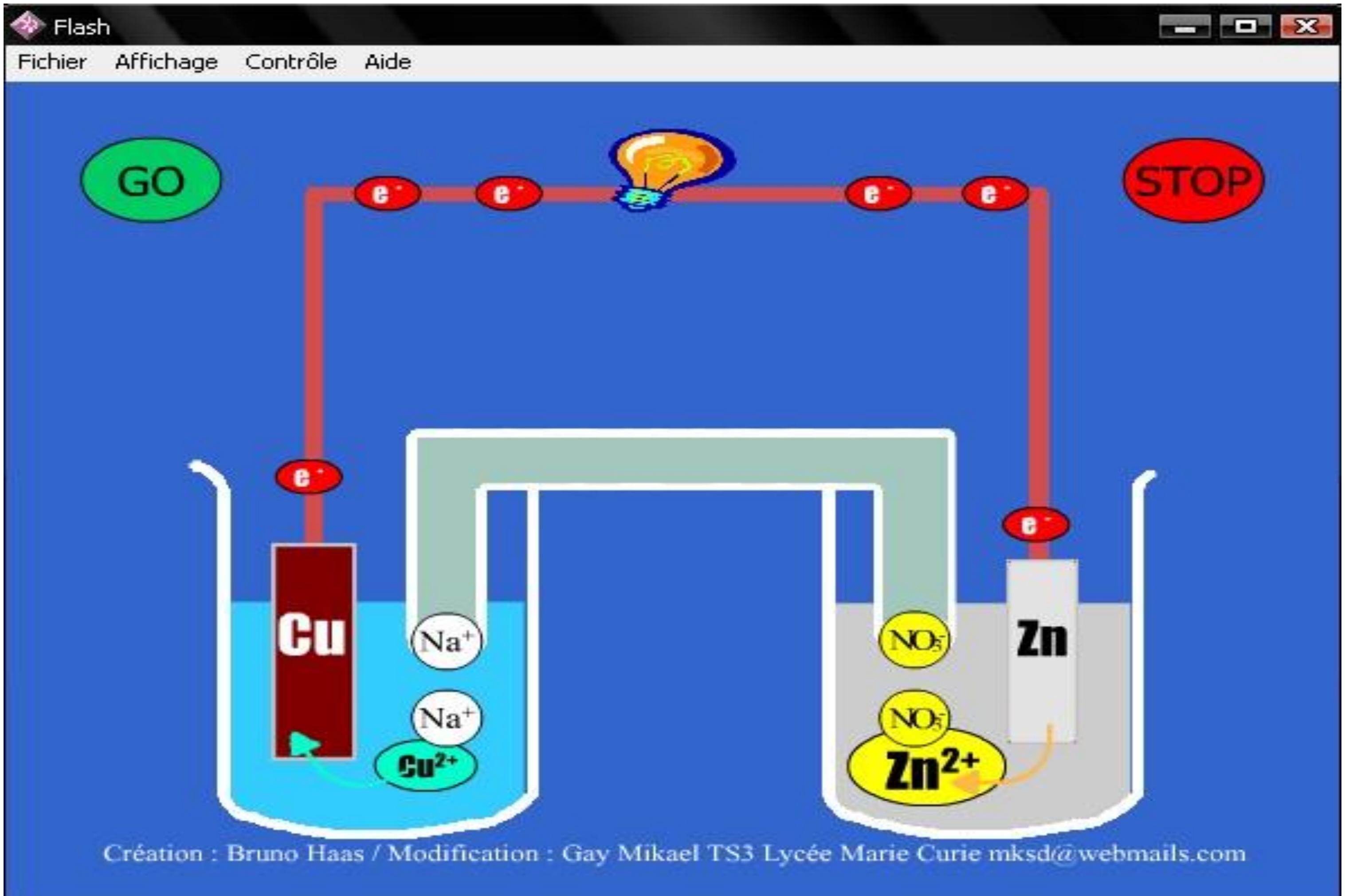
- d.d.p aux bornes de la pile :

$$V = E_+ - E_- = 1,10V$$

pile_daniell.exe

A- GENERATEURS

Pile Daniell

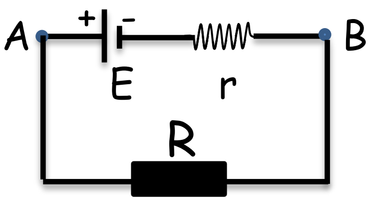


A- GENERATEURS

- Force électromotrice (f.e.m) et Schéma équivalent d'un générateur

* La f.e.m d'un générateur est la tension à ses bornes en absence de courant notée : E

* Schéma équivalent , On représente le générateur de la façon suivante :



r: résistance interne du générateur

- Bilan énergétique:

Energie fournie par le générateur: $\bullet P_f = \frac{EQ}{t} = EI$

Energie consommée aux bornes du générateur: $\bullet P_C = (V_A - V_B)\,I$

Energie consommée par effet joule dans r: $\bullet P'_j = rI^2$

A- GENERATEURS

- Bilan énergétique:

Il y a conservation de l'énergie donc:

$$P_f = P_c + P_j$$

$$EI = \left(V_A - V_B\right) I + rI^2$$

En simplifiant par le courant I on obtient:

- Tension aux bornes du générateur

$$V_B - V_A = E - rI$$

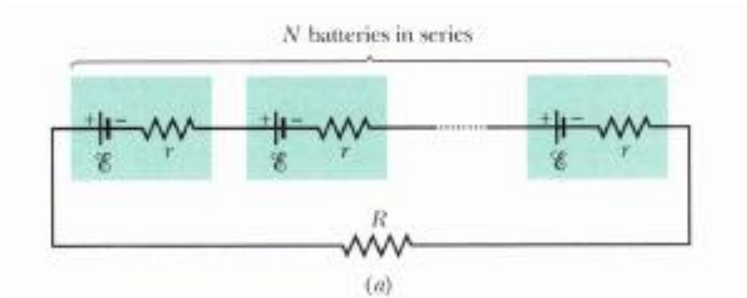
- Rendement d'un générateur

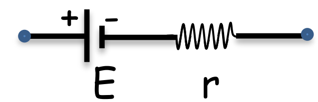
$$R = \frac{Pu}{Pf} = \frac{E - rI}{E}$$

A- GENERATEURS

- Association de générateurs

***En série**

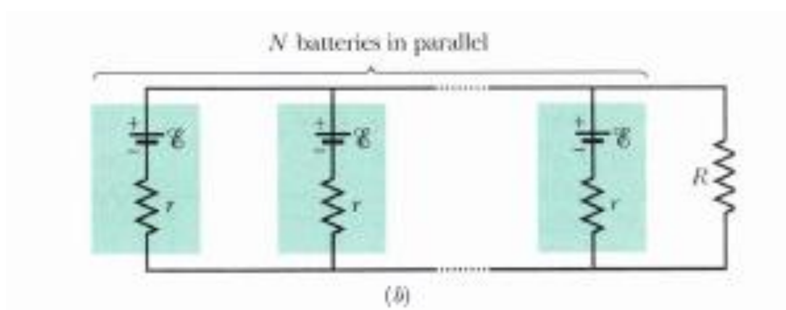


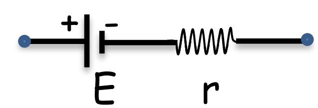


$$r = r_1 + r_2 + ... + r_n = \sum r_i$$

$$E = E_1 + E_2 + ... + E_n = \sum E_i$$

***En parallèle**





$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + ... + \frac{1}{r_n} = \sum \frac{1}{r_i}$$

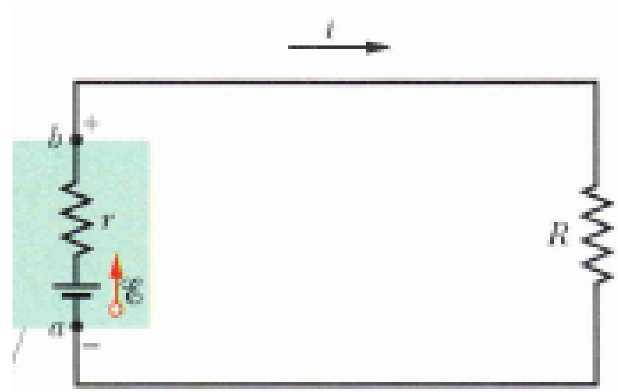
$$\frac{E}{r} = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} + ... + \frac{E_n}{r_n} = \sum \frac{E_i}{r_i}$$

A- GENERATEURS

- Générateur de courant :

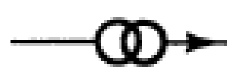
Lorsque le générateur est relié à une résistance externe R, le courant qui circule dans ce circuit est:

$$E = (r + R)I \Rightarrow I = \frac{E}{(r + R)}$$



Un générateur de courant est un élément qui fournit un courant constant quelque soit la valeur de la résistance du circuit extérieur . Il faut donc que: r>> R.

$$r \gg R \Rightarrow I \simeq \frac{E}{r} = Cte$$

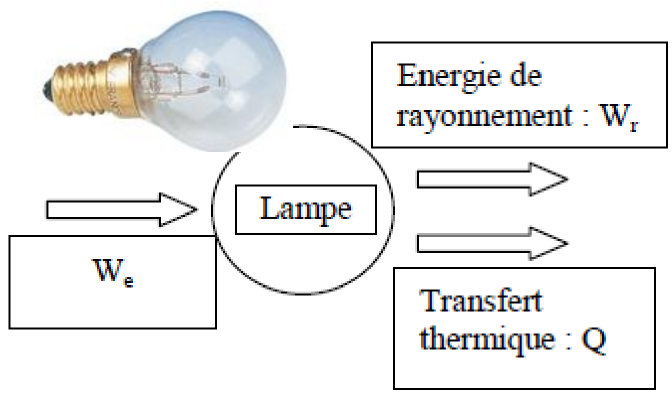
On le schématise par le symbole: 

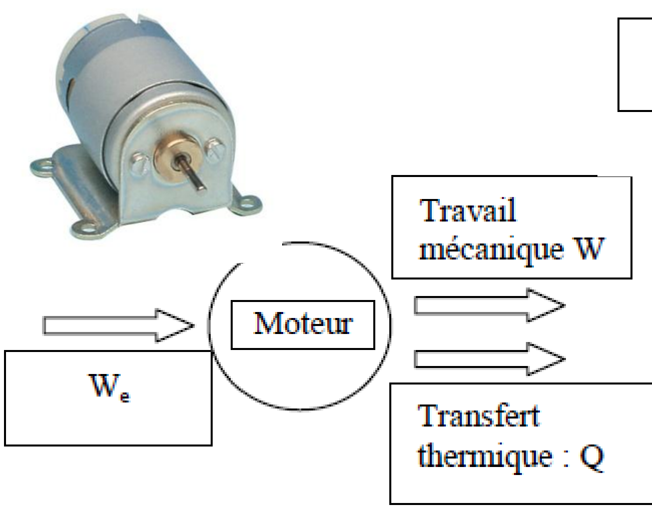
B- RECEPTEURS

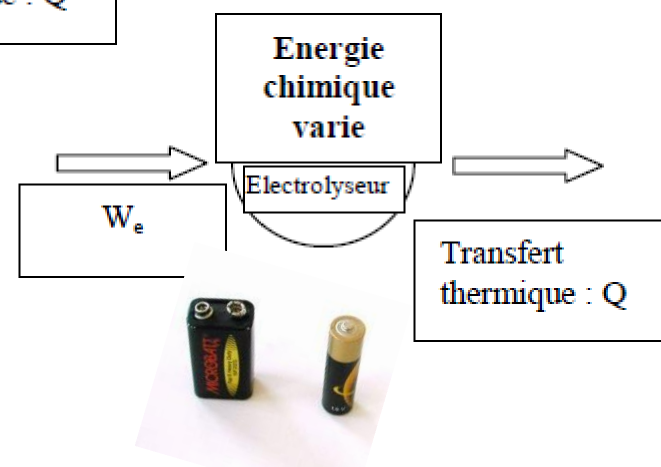
- Définition

C'est un appareil qui reçoit de l'énergie électrique et qui la transforme en une autre forme d'énergie (mécanique, chimique,…)

- Exemple de récepteur





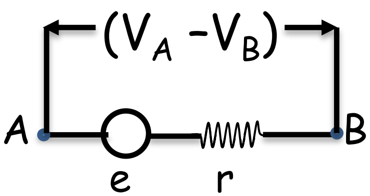


B- RECEPTEURS

- Force contre électromotrice (f.c.e.m) et Schéma équivalent d'un récepteur

* La f.c.e.m d'un récepteur est la tension à ses bornes en absence de courant notée : e

* Schéma équivalent , On représente le récepteur de la façon suivante :



r: résistance interne du récepteur

- Bilan énergétique:

On branche aux bornes du récepteur une tension $(V_A - V_B)$

Energie fournie aux bornes du récepteur : $\bullet P_f = (V_A - V_B) I$

Energie consommée par le récepteur: $\bullet P_c = eI$

Energie consommée par effet joule dans r: $\bullet P_j' = rI^2$

B- RECEPTEURS

- Bilan énergétique:

Il y a conservation de l'énergie donc:

$$P_f = P_c + P_j$$

$$(V_A - V_B)\, I = eI + rI^2$$

En simplifiant par le courant I on obtient:

- Tension aux bornes du récepteur

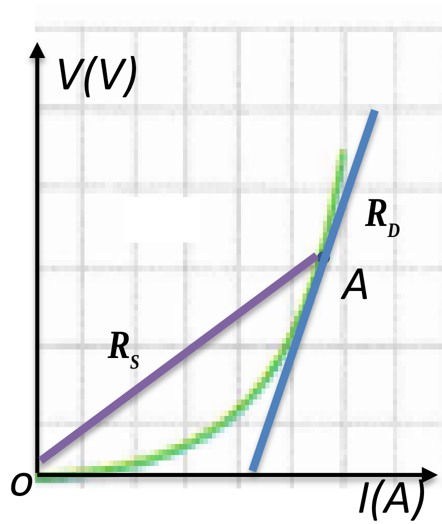
$$V_B - V_A = e + rI$$

- Rendement d'un récepteur

$$R = \frac{Pu}{Pf} = \frac{e}{e + rI}$$

C- RESISTANCE STATIQUE ET DYNAMIQUE

Si on trace la caractéristique V=f(I) d'un élément électrique on obtient:

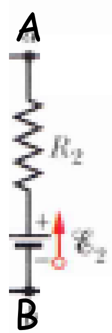


* Resistance statique d'un dipôle passif = $R_S = \frac{V_A}{I_A}$ = pente de la droite OA

* Resistance dynamique d'un dipôle passif = $R_D = \left(\frac{dV}{dI}\right)_A$ = pente de la tangente en A

2- LES LOIS DE KIRCHOFF

A- DEFINITIONS DES ELEMENTS DU CIRCUIT



* Une branche: est une portion d'un circuit comprise entre deux points contenant des éléments en série

* Un nœud: est un point commun à 3 branches au moins

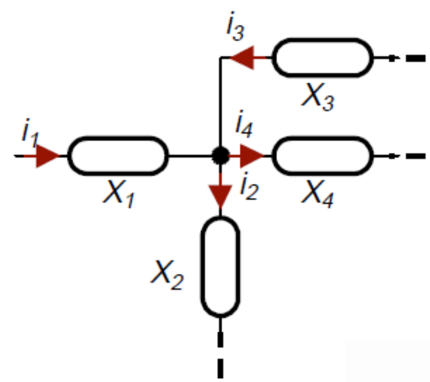
* Une maille: est ensemble d'éléments formant un boucle fermée.

B- LOIS DE KIRCHOFF

- Lois des nœuds:

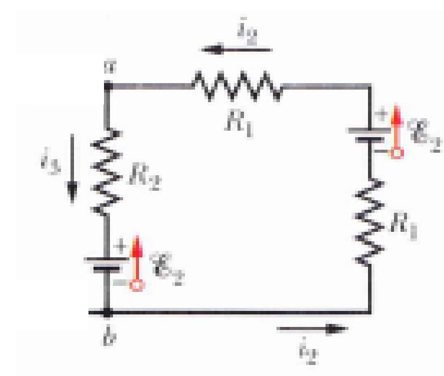
La somme des courants qui arrivent sur le nœud = somme des courants qui partent du nœud

$$I_1 + I_3 = I_2 + I_4$$



- Lois des mailles:

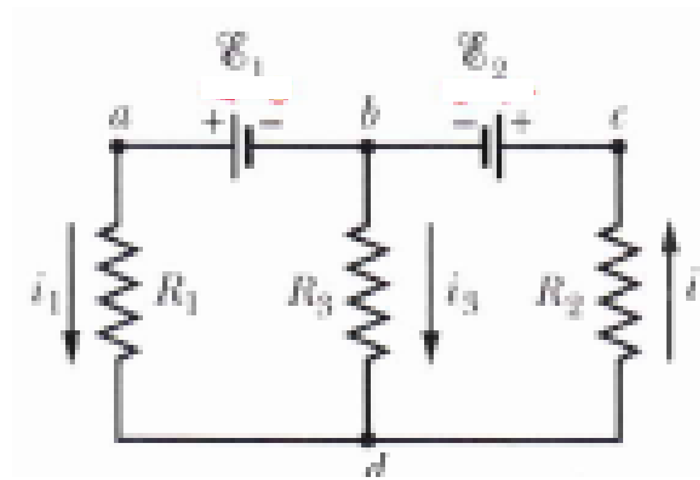
$$V_A - V_A = 0$$



$$R_2 i_3 + E_2 + R_1 i_1 - E_1 + R_1 i_1 = 0$$

Exercice d'Application

Soit le circuit électrique formé par deux générateurs et trois résistances. Déterminer les expressions des courants qui traversent les branches du circuit.



- Lois des nœuds:

$$I_1 + I_3 = I_2$$

- Lois des mailles:

$$\begin{cases} I \longrightarrow R_3 I_3 - R_1 I_1 + E_1 = 0 \\ II \longrightarrow R_3 I_3 + R_2 I_2 + E_2 = 0 \end{cases}$$

Corrigé de l'exercice d'Application

On aboutit à un système de trois équations à trois inconnues:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 + I_3 = 0 \\ -R_1 I_1 + 0 I_2 + R_3 I_3 = -E_1 \\ 0 I_1 + R_2 I_2 + R_3 I_3 = -E_2 \end{cases}$$

Sous forme de matrice on a:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -R_1 & 0 & R_3 \\ 0 & R_2 & R_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -E_1 \\ -E_2 \end{pmatrix}$$

Le déterminant de la matrice est :

$$Det = -(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3)$$

Corrigé de l'exercice d'Application

Les courants sont :

$$I_1 = \frac{\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -E_1 & 0 & R_3 \\ -E_2 & R_2 & R_3 \end{pmatrix}}{\det} \qquad I_2 = \frac{\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -R_1 & -E_1 & R_3 \\ 0 & -E_2 & R_3 \end{pmatrix}}{\det} \qquad I_3 = \frac{\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -R_1 & 0 & -E_1 \\ 0 & R_2 & -E_2 \end{pmatrix}}{\det}$$

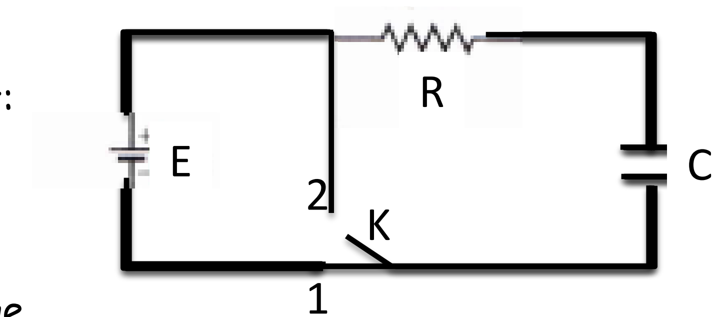
En développant les éléments de matrice on obtient:

$$I_1 = \frac{E_1(R_2+R_3)+E_2R_3}{(R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3)} \qquad I_2 = \frac{E_1-(R_1+R_3)E_2}{(R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3)} \qquad I_3 = -\frac{(R_2E_1+R_1E_2)}{(R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3)}$$

3- CHARGE ET DECHARGE DE CONDENSATEURS

A- CHARGE DU CONDENSATEUR

On met l'interrupteur K en position 1, le circuit devient:



- Expression de la charge q(t):

Si on suppose qu'à t =0, q = 0, condensateur C se charge

L'équation de la maille s'écrit:

$$Ri + \frac{q}{C} - E = 0$$

Le courant qui traverse le condensateur s'écrit comme :

$$i = \frac{dq}{dt}$$

On aboutit à l'équation différentielle du premier degré avec second membre suivante:

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E$$

A- CHARGE DU CONDENSATEUR

La solution générale est la somme de deux solutions:

$$q(t) = q_p(t) + q_{sm}(t)$$

Solution particulière, quand q = constante donc :

$$\frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow q_p(t) = CE$$

Solution sans second membre:

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

On fait une séparation des variables et on intègre

$$\frac{dq}{q} = -\frac{dt}{RC} \qquad \Rightarrow \quad q_{sm}(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}}$$

A- CHARGE DU CONDENSATEUR

Finalement la solution devient :

$$q(t) = CE + Ae^{-\frac{t}{RC}}$$

En utilisant la condition initiale Q(0)=0 on a:

$$q(0) = 0 \Rightarrow A = -CE$$

La solution générale s'écrit maintenant:

$$q(t) = CE(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

Qui peut s'écrire sous la forme :

$$q(t) = Q_f(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Avec:

$Q_f = CE$: La charge finale du condensateur

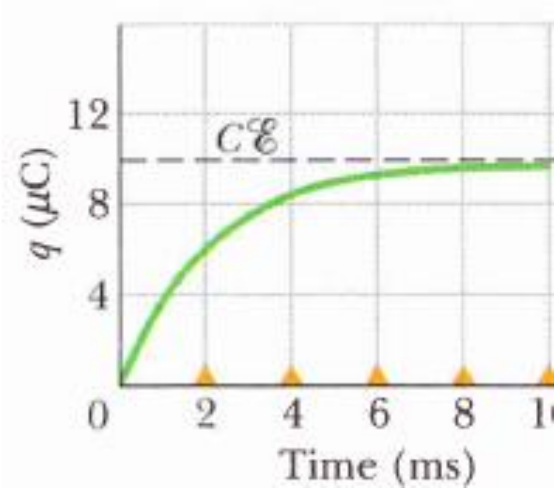
$\tau = RC$: La constante de temps du condensateur

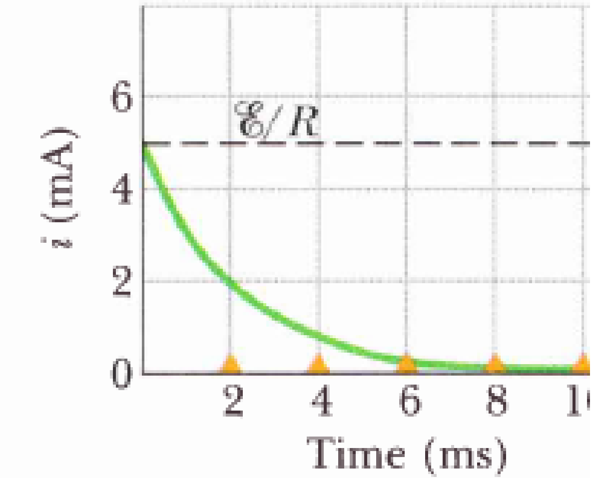
A- CHARGE DU CONDENSATEUR

- Expression du courant i(t):

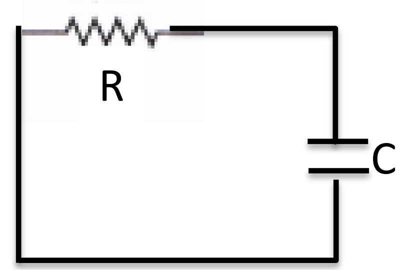
En dérivant l'expression de la charge q(t) on a:

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$





B- DECHARGE DU CONDENSATEUR



On met l'interrupteur K en position 1, le circuit devient:

- Expression de la charge q(t):

L'équation de la maille s'écrit:

$$Ri + \frac{q}{C} = 0$$

Le courant de décharge s'écrit comme :

$$i = -\frac{dq}{dt}$$

On aboutit à l'équation différentielle du premier degré sans second membre suivante:

$$R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

à t =0, q = Q_f, condensateur C se décharge

La solution générale s'écrit maintenant:

$$q(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}}$$

B- DECHARGE DU CONDENSATEUR

En utilisant la condition à $t = 0$, $q = Q_f$ on a:

$$A = CE$$

La solution générale s'écrit maintenant:

$$q(t) = CEe^{-\frac{t}{RC}}$$

- Expression du courant i(t):

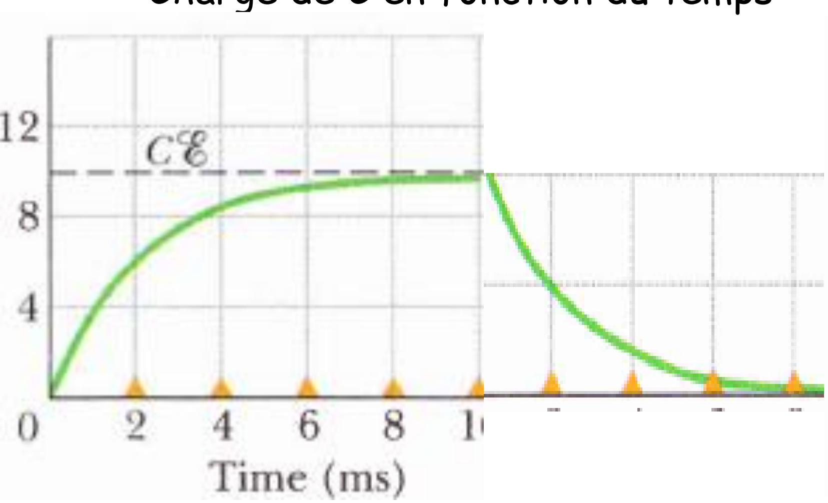
En dérivant l'expression de la charge q(t) on a:

$$i(t) = -\frac{dq}{dt} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- Graphe de la charge et du courant en fonction du temps

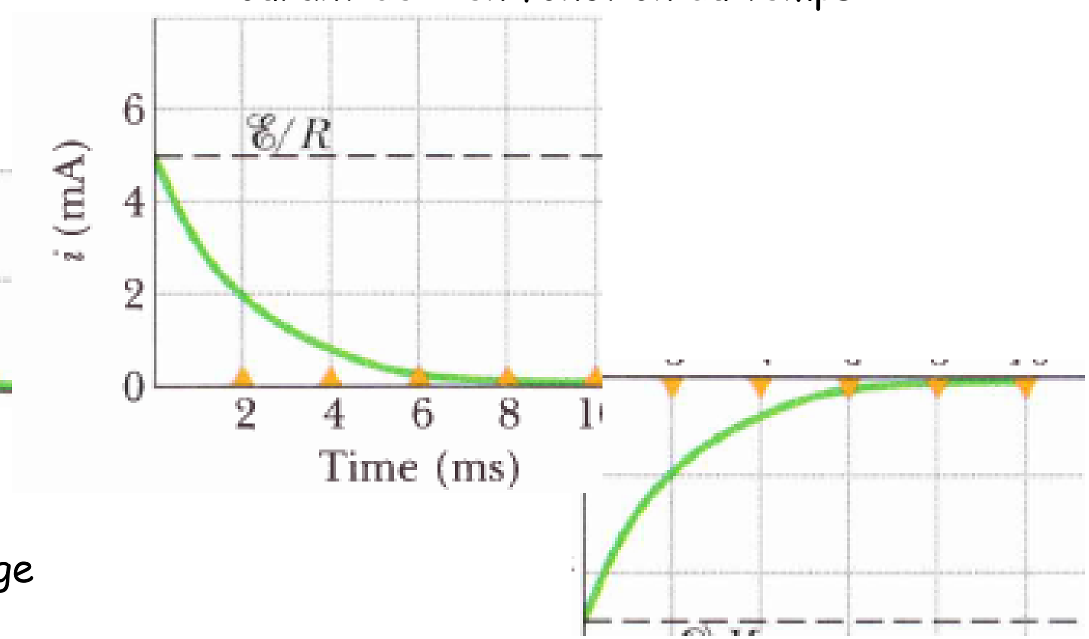
On dessine maintenant, les courbes q(t) et i(t) lors de la charge et la décharge de C

Charge de C en fonction du temps



Lors de la charge   Lors de la décharge

Courant de C en fonction du temps



Lors de la charge   Lors de la décharge

C- BILAN ENERGETIQUE

- Au cours de la charge

Energie débitée par le générateur :

$$W_g = \int_0^{Q_f} E dq = EQ_f = CE^2$$

Energie emmagasinée dans le condensateur:

$$W_c = \frac{1}{2} CE^2$$

Energie dissipée par effet joule dans la résistance :

$$W_R = \int_0^{\infty} Ri^2 dt = \frac{E^2}{R} \int_0^{\infty} Ri^2 dt$$

Bilan énergétique s'écrit alors:

$$W_E = W_C + W_R$$

C- BILAN ENERGETIQUE

- Au cours de la décharge

Energie fournie par le condensateur:

$$W_c = \frac{1}{2}CE^2$$

Energie dissipée par effet joule dans la résistance :

$$W_R = \int_0^\infty Ri^2dt = \frac{E^2}{R}\int_0^\infty Ri^2dt$$

Bilan énergétique s'écrit alors:

$$W_C = W_R$$