



MODULE D'ELECTRICITE

Plan du cours



ELECTROSTATIQUE



CHAMPS ET POTENTIELS



CONDUCTEURS



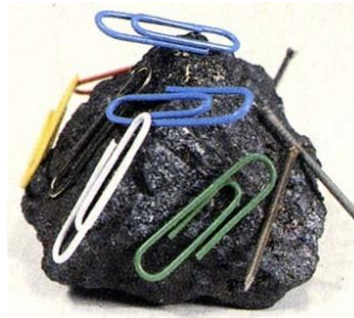
CONDUCTION ELECTRIQUE



RESEAUX ELECTRIQUES



INTERACTIONS MAGNETIQUES



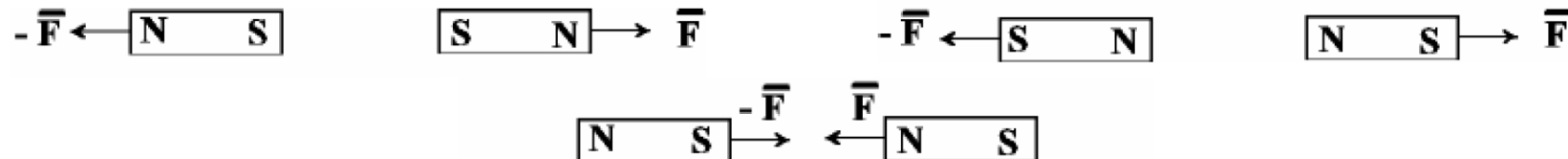
I- Interaction Magnétique



I-1- Définitions:

- L'interaction magnétique est la propriété que possèdent certains corps pour attirer des morceaux de fer.
- Ces corps sont appelés : **corps magnétique ou aimants**
- Sur ces aimants il y a deux régions où l'interaction magnétique est la plus intense : **les pôles**
- Si on rapproche deux barreaux magnétiques A et B l'un de l'autre on constate qu'un pôle de A attire un pôle de B et repousse l'autre.

Les pôles d'un même aimant sont donc différents : **l'un est le pôle Nord, l'autre le pôle Sud**





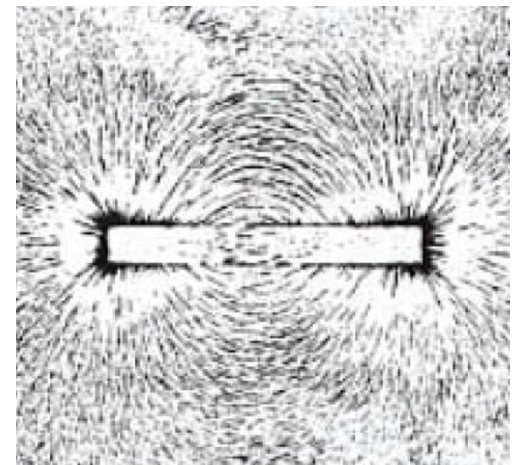
I- Interaction Magnétique

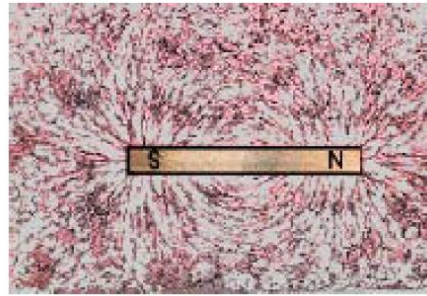
I-2- Induction magnétique:

Nous caractérisons l'espace autour d'un aimant par un champ magnétique (comme pour le champ de gravitation et électrique)

Pour cela, on place des morceaux de limaille de fer sur une feuille de papier. On place ensuite un aimant au centre de la feuille.

On constate que les morceaux de limaille se comportent comme une boussole et s'orientent après s'être magnétisés.





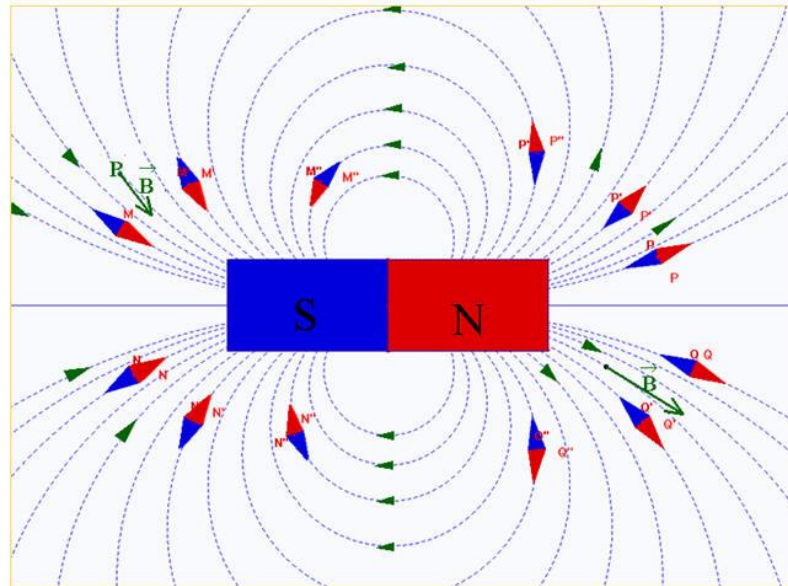
I- Interaction Magnétique

I-2- Induction magnétique:

Les morceaux de limaille après un certain temps forme des lignes particulière dites lignes de champ magnétique.

Les lignes de champ magnétique quittent l'aimant par le pôle Nord et se referment sur le pôle Sud.

On caractérise cet état par un vecteur \vec{B} tangent aux lignes de champ appelé : **vecteur induction magnétique**





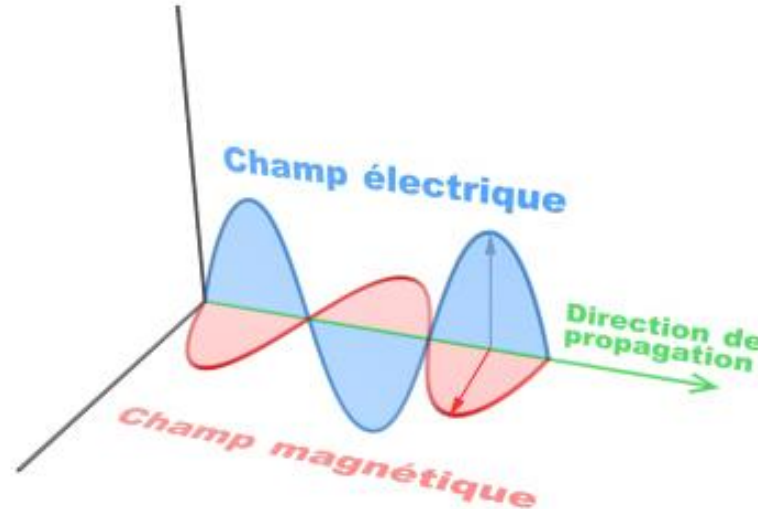
I- Interaction Magnétique

I-3- Interaction électromagnétique:

Les interactions électriques et magnétiques sont étroitement liées.

Le magnétisme est une manifestation de la charge électrique en mouvement.

Pour cette raison ces manifestations sont connues sous le nom d'interactions **électromagnétiques**



- Les interactions électriques : **entre charges au repos (loi de Coulomb)**
- Les interactions magnétiques : **entre charges en mouvement (loi de Laplace)**

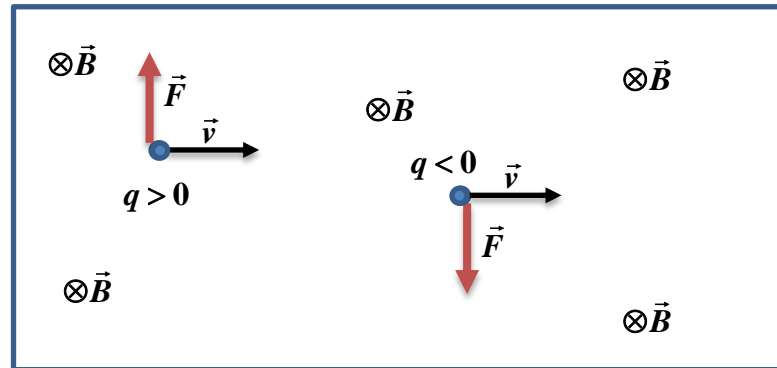
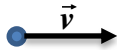


II- Action d'un champ magnétique sur une charge en mouvement:

II-1- Force qui s'exerce sur une charge en mouvement:

Soit une charge q qui se déplace avec une vitesse dans un champ magnétique. Elle est soumise à une force :

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$



Remarque :

➤ $\vec{F} \perp \vec{v}$ donc $\vec{F} \perp d\vec{l}$ alors : $W(F) = \Delta E_c = 0$. Le mouvement se fait donc à vitesse constante



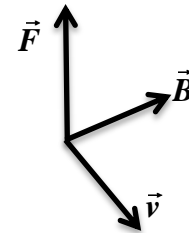
II-2- Mouvement d'une charge dans un champ magnétique constant :

II-2-a- vitesse perpendiculaire au champ :

La charge en mouvement dans un champ magnétique constant est soumise à une force :

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{v} \perp \vec{B} \Rightarrow F = qvB$$



Comme vu précédemment, le mouvement se fait à vitesse constante en module

$$v = cte \Rightarrow a_t = \frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow a = a_N = \frac{v^2}{\rho}$$

Le mouvement est donc curviligne uniforme.



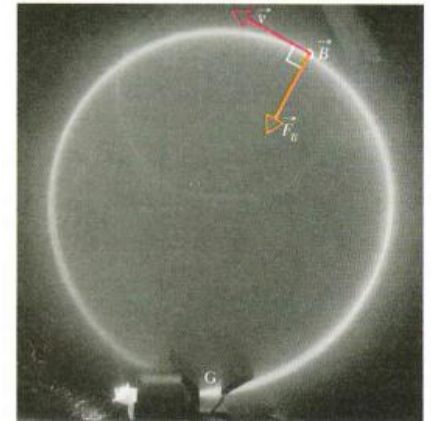
II-2- Mouvement d'une charge dans un champ magnétique constant :

En utilisant la relation fondamentale de la dynamique:

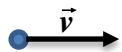
$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow qvB = ma$$

$$qvB = m \frac{v^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{mv}{qB} = \text{Cte}$$

Enfinement le mouvement est circulaire uniforme.



Dans un champ magnétique uniforme, une charge animée d'une vitesse v , décrit un mouvement circulaire uniforme



$\otimes \vec{B}$

$q > 0$

$q < 0$ $\otimes \vec{B}$



II-2- Mouvement d'une charge dans un champ magnétique constant :

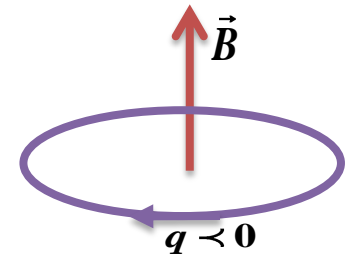
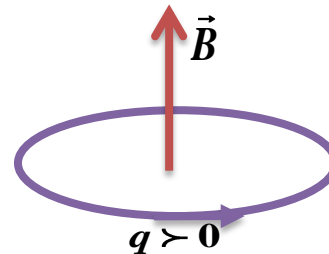
II-2-b- fréquence cyclotron:

Connaissant la relation entre les vitesses angulaire et linéaire on a:

$$v = \omega \rho \Rightarrow \omega = \frac{v}{\rho} = \frac{q}{m} B$$

Vectoriellement la relation s'écrit:

$$\vec{\omega} = \frac{q}{m} \vec{B}$$



Le sens de la courbure de la trajectoire permet donc de déduire le signe de la charge q .

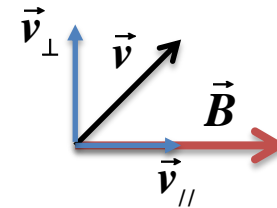


II-2- Mouvement d'une charge dans un champ magnétique constant :

II-2-c- vitesse quelconque (non perpendiculaire au champ):

Dans ce cas on décompose la vitesse en deux :

- Une parallèle au champ magnétique
- Une perpendiculaire à celui-ci



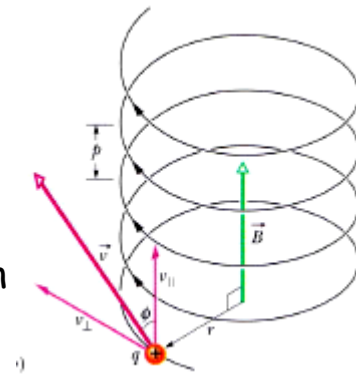
➤ Dans la direction \perp : la vitesse est perpendiculaire à B donc mouvement circulaire uniforme (comme on l'a vu précédemment)

➤ Dans la direction $//$: $\vec{F}_{//} = q\vec{v}_{//} \times \vec{B} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0}$

Le mouvement est donc rectiligne uniforme dans cette direction

Le mouvement résultant est donc la combinaison d'une rotation et une translation

Mouvement hélicoïdal

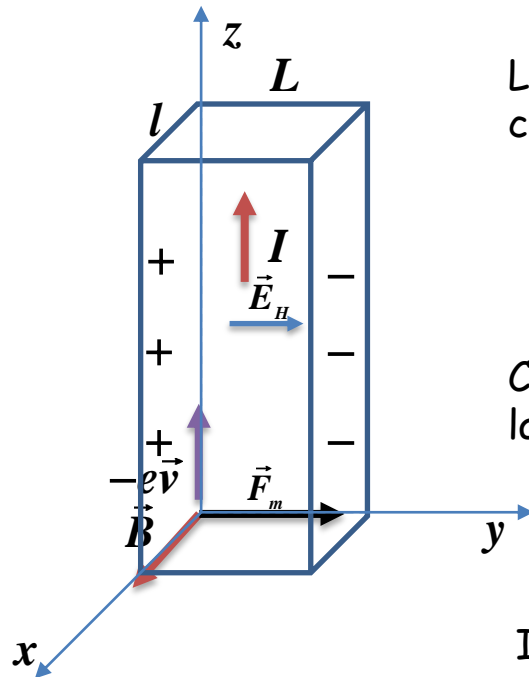




II-3- Effet Hall normal ou négatif:

On considère un barreau de forme parallélépipédique parcouru par un courant I .

On le place dans un champ magnétique parallèle à ox .



Les charges libres, ici les électrons, qui se déplacent dans le sens contraire au courant, sont soumises à une force magnétique.

$$\vec{F}_m = -e\vec{v} \times \vec{B}$$

Ces charges négatives vont subir une déviation dans le sens de la force et les charges positives dans le sens contraire

Il y a donc accumulation de charges - sur une face et + sur l'autre face.

Donc création d'un champ électrique de Hall, E_H correspondant à une tension de Hall, V_H



II-3- Effet Hall normal ou négatif:

Ce champ électrique donne naissance à une force électrique opposée à la force magnétique

$$\vec{F}_e = -e\vec{E}$$

La séparation de charge s'arrête lorsque les deux forces deviennent égales en module



A l'équilibre on a:

$$\vec{F}_m = \vec{F}_e \Rightarrow evB = eE_H \Rightarrow E_H = vB$$

Cette expérience permet d'obtenir la densité n des porteurs de charge.

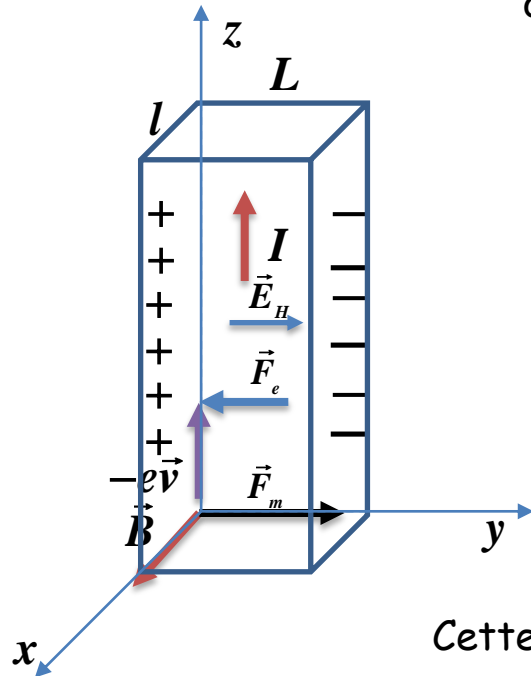
$$j = nev = \frac{I}{S}$$

$$S = lL$$

$$\text{Or : } E_H = vB = \frac{V_H}{L}$$

En remplaçant v par son expression on a:

$$\frac{V_H}{L} = \frac{I}{enS} B \Rightarrow n = \frac{IB}{eLV_H}$$





Exemple: Spectromètre de masse de Dempster

Il est constitué de deux régions:

-région I: dans laquelle on a une accélération des charges sous l'action de la force électrique

$$\vec{F}_e = q\vec{E}$$

En écrivant la conservation de l'énergie totale on a:

$$\Delta E_c = -\Delta E_p \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = qV \dots\dots\dots(1)$$

-région II: Le champ magnétique étant sortant, on a une déviation sous l'effet de la force magnétique

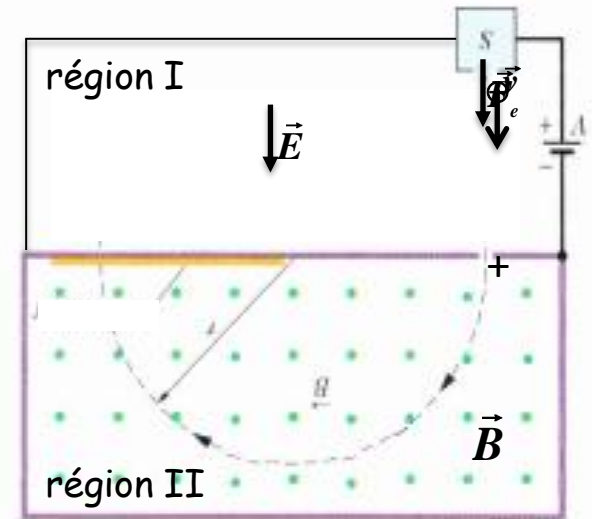
$$\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$$

La trajectoire est circulaire uniforme.

$$qvB = m \frac{v^2}{R} \Rightarrow qB = \frac{mv}{R} \dots\dots\dots(2)$$

En combinant les équations (1) et (2) on a:

$$\frac{q}{m} = \frac{2V}{R^2 B^2}$$

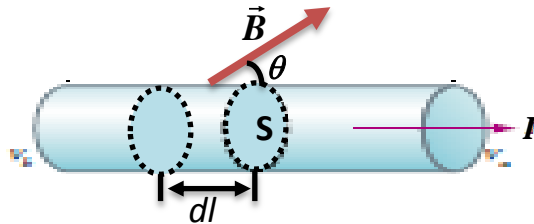




II- Action d'un champ magnétique sur un courant électrique:

II-1- Force qui s'exerce sur une charge en mouvement:

Soit un conducteur cylindrique, parcouru par un courant et placé dans un champ magnétique formant un angle θ avec la direction du courant électrique



On note n la densité de porteurs de charges dans un volume dV tel que :

$$dV = Sdl$$

Cet élément de volume contient une charge :

$$dq = nq dV = nq Sdl$$



II-1- Force qui s'exerce sur une charge en mouvement:

Chaque charge, dans le champ magnétique est soumise à une force:

$$\vec{f} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

La portion du conducteur est donc soumise à une force :

$$d\vec{F} = dq\vec{v} \times \vec{B}$$

En remplaçant la charge dq par son expression on a :

$$d\vec{F} = nqSd\vec{l}\vec{v} \times \vec{B}$$

En introduisant la densité de courant on a:

$$d\vec{F} = Sd\vec{l} \vec{j} \times \vec{B}$$

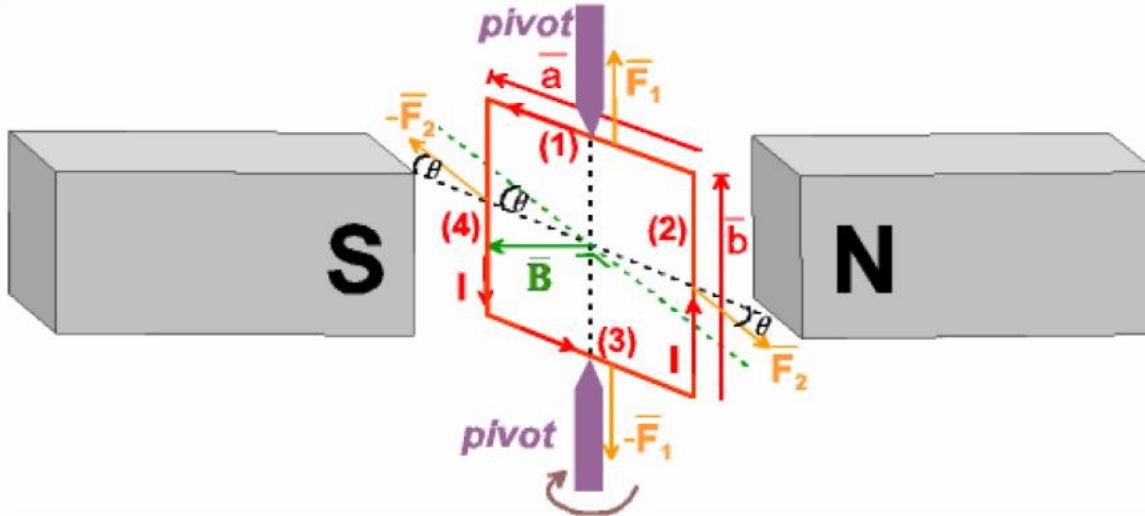
On tient compte finalement du courant ce qui donne:

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$



II-2- Mouvement d'un cadre parcouru par un courant dans un champ magnétique:

On place un cadre, parcouru par un courant I et mobile autour d'un axe, dans un champ magnétique.

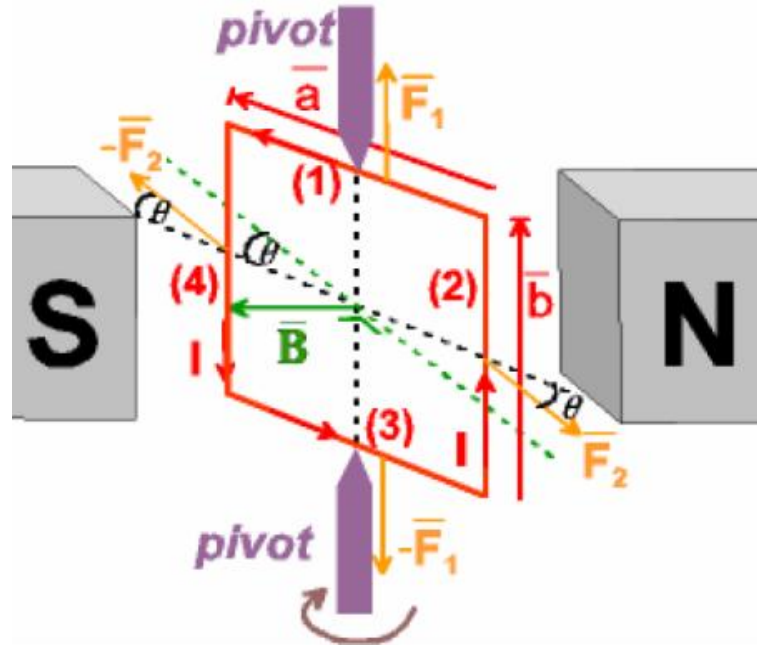


\vec{n} est la normale au cadre, perpendiculaire à la surface S du cadre.

θ Est l'angle entre la champ \vec{B} et la normale \vec{n}



II-2- Mouvement d'un cadre parcouru par un courant dans un champ magnétique:



Sur les côtes de longueur a s'appliquent des forces qui ne travaillent pas :

$$F_1 = B I a$$

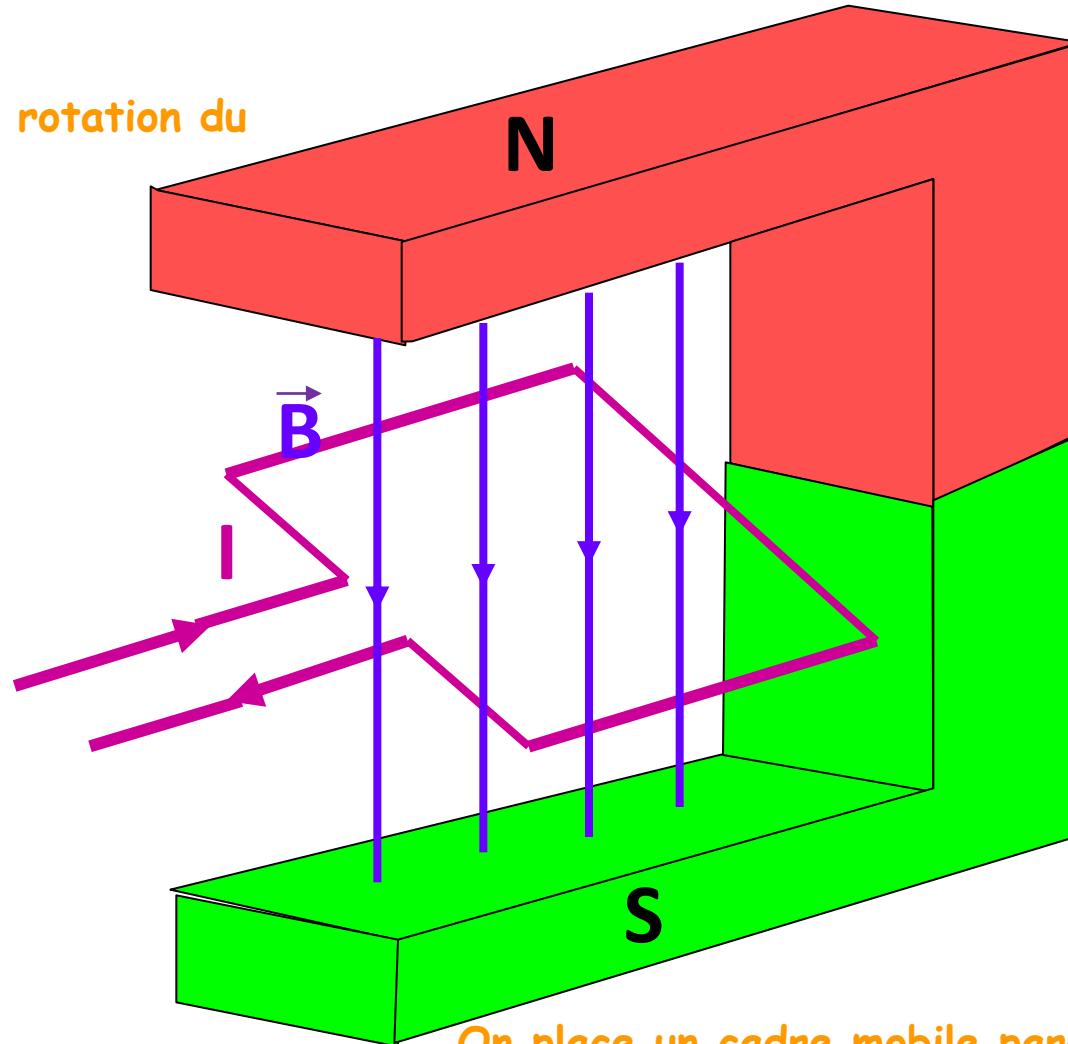
Sur les côtes de longueur b s'appliquent des forces qui tendent à faire tourner le cadre:

$$F_2 = B I b$$

II-2- Mouvement d'un cadre parcouru par un courant dans un champ magnétique:



Comment fonctionne la rotation du cadre

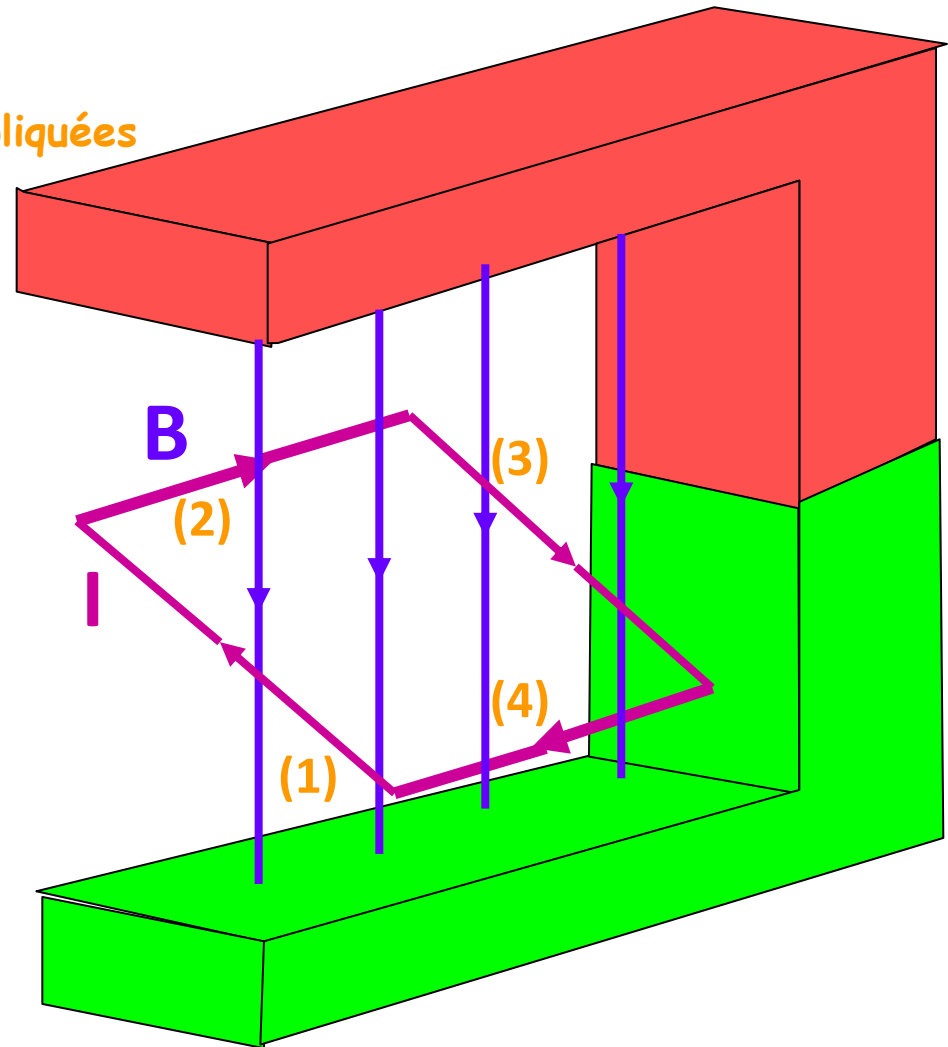


On place un cadre mobile parcouru par un courant entre les pôles de l'aimant



II-2- Mouvement d'un cadre parcouru par un courant dans un champ magnétique:

Voyons comment sont les forces appliquées sur chaque côté du cadre





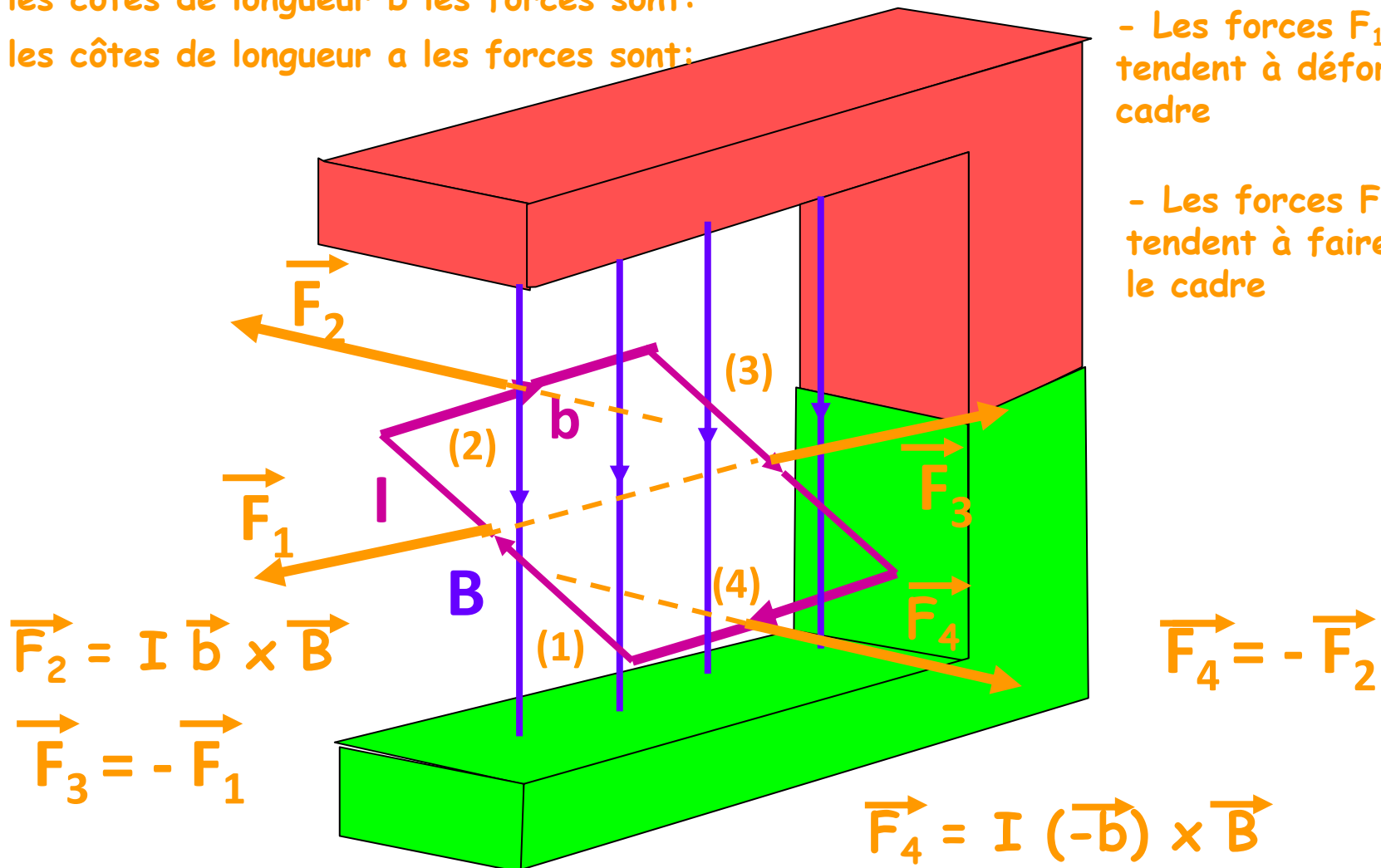
II-2- Mouvement d'un cadre parcouru par un courant dans un champ magnétique:

Sur les côtes de longueur b les forces sont:

Sur les côtes de longueur a les forces sont:

- Les forces F_1 et F_3 tendent à déformer le cadre

- Les forces F_2 et F_4 tendent à faire tourner le cadre





II-2- Mouvement d'un cadre parcouru par un courant dans un champ magnétique:

II-2-a- Moment du couple :

Le moment du couple qui fait tourner le cadre s'écrit !:

$$C = Fd = B I b d$$

Sachant que la distance d s'écrit :

$$d = a \sin \theta$$

Donc on obtient

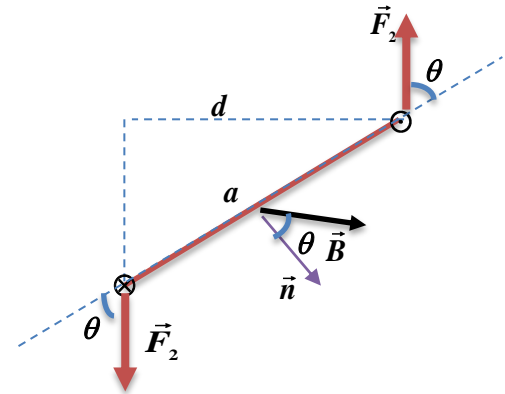
$$C = B I b a \sin \theta$$

En posant $S = ab$ on a:

$$C = B I S \sin \theta$$

Lorsque le cadre tourne d'un angle θ , l'angle entre la champ \vec{B} et la normale \vec{n} est nul: Le moment est nul.

Le cadre est donc en équilibre





II-2- Mouvement d'un cadre parcouru par un courant dans un champ magnétique:

Vectoriellement, la surface s'écrit:

$$\vec{S} = S \vec{n}$$

Et donc le moment du couple s'exprime comme :

$$\vec{C} = IS\vec{n} \times \vec{B}$$

$$C = ISB \sin \theta$$

A partir de cette expression on définit le vecteur moment dipolaire magnétique comme:

$$\vec{M} = IS\vec{n}$$

Et le moment du couple devient:

$$\vec{C} = \vec{M} \times \vec{B}$$



II-2- Mouvement d'un cadre parcouru par un courant dans un champ magnétique:

II-2-b- Energie potentielle du cadre dans le champ magnétique:

Par analogie avec l'énergie potentiel le d'un dipôle électrique dans un champ électrique, celle d'un dipôle magnétique dans un champ magnétique s'écrit:

$$E_p = -\vec{M} \cdot \vec{B}$$

II-2-c- généralisation

Un circuit quelconque fermé parcouru par un courant dans un champ magnétique se comporte comme un dipôle magnétique et on a:

Le moment dipolaire de la boucle est :

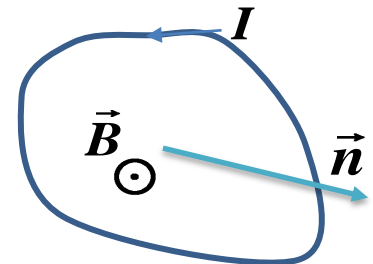
$$\vec{M} = IS\vec{n}$$

L'énergie potentielle du dipôle dans le champ magnétique est:

$$E_p = -\vec{M} \cdot \vec{B}$$

Son moment du couple devient:

$$\vec{C} = \vec{M} \times \vec{B}$$





II-2- Mouvement d'un cadre parcouru par un courant dans un champ magnétique:

II-2-d- Applications

- Moment magnétique dipolaire d'une charge sur une orbite

Le mouvement de la charge donne un courant I tel que:

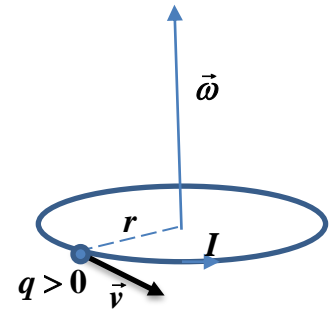
$$I = \frac{q}{t} = qf = q \frac{\omega}{2\pi}$$

Or le moment dipolaire de cette boucle s'écrit:

$$\vec{M} = I\vec{S} = I \pi r^2 \vec{\omega}$$

En remplaçant I par son expression on obtient:

$$\vec{M} = I\vec{S} = \frac{1}{2} q r^2 \vec{\omega}$$



II-2- Mouvement d'un cadre parcouru par un courant dans un champ magnétique:

- Galvanomètre à cadre mobile

Le moment du couple magnétique s'écrit:

$$\vec{C} = \vec{M} \times \vec{B}$$

Le moment du couple du ressort s'écrit:

$$C' = k\alpha$$

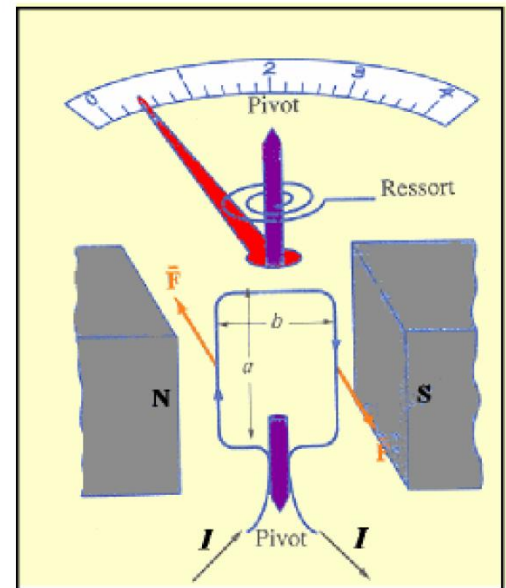
α : est la déviation de l'aiguille ou rotation du cadre

k : constante de torsion du ressort

A l'équilibre $C = C'$:

$$MB = k\alpha \Rightarrow ISB = k\alpha$$

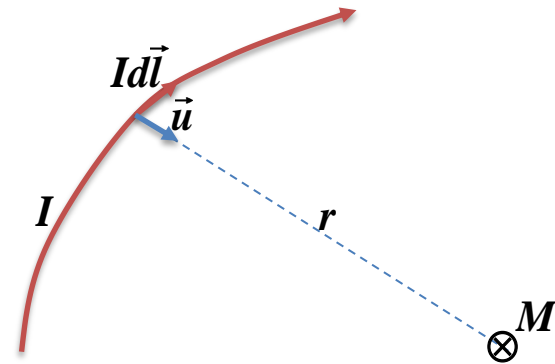
$$I = \frac{k\alpha}{SB}$$





III- Champ magnétique créé par un courant électrique: Loi de BIOT et SAVART

III-1- Loi de Biot et Savart:



L'élément de circuit dl parcouru par un courant I crée au point M une induction magnétique élémentaire $d\vec{B}$ telle que:

$$d\vec{B} = K_m \frac{Id\vec{l} \times \vec{u}}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{l} \times \vec{u}}{r^2}$$

avec : $K_m = \frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7} \text{ MKSA}$

Pour obtenir le champ total on intègre sur tout le fil parcouru par le courant

$$\vec{B} = \int d\vec{B}$$



III-2- Champ créé par un fil rectiligne indéfini:

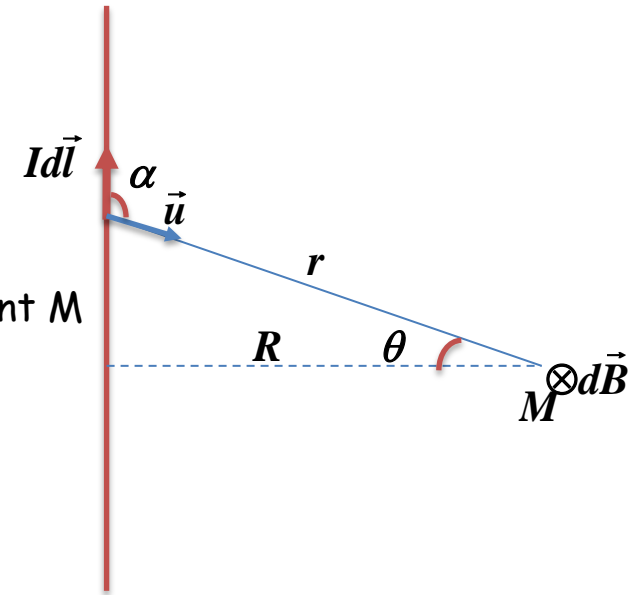
On cherche le champ créé par le fil parcouru par un courant I au point M situé à une distance R de ce fil.

En appliquant la règle de la main droite, le champ B est rentrant

La loi de Biot et Savart donne:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{u}}{r^2} \Rightarrow dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}$$

$$\text{comme : } \alpha = \theta + \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \alpha = \cos \theta$$





III-2- Champ créé par un fil rectiligne indéfini:

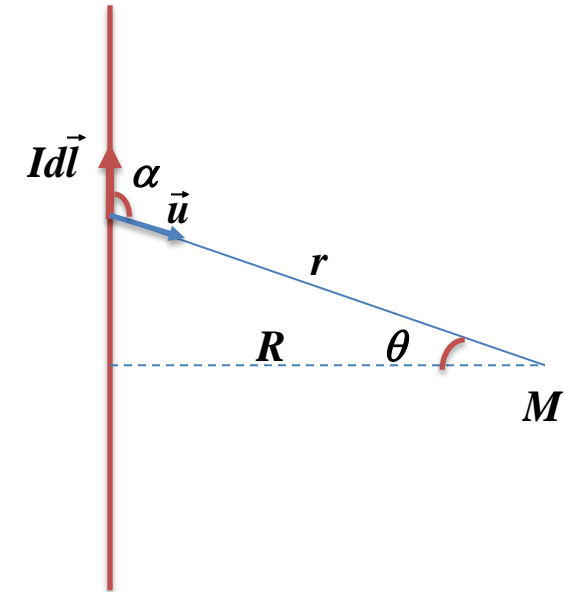
On constate que dB dépend de trois variables: dl , r et θ .

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \cos \theta}{r^2}$$

On va écrire dB uniquement en fonction de θ

$$\cos \theta = \frac{R}{r} \Rightarrow r = \frac{R}{\cos \theta}$$

$$\tan \theta = \frac{l}{R} \Rightarrow l = R \tan \theta \quad dl = \frac{R}{\cos^2 \theta} d\theta$$



On remplace dans l'expression de dB

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \cos \theta}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \left(\frac{R}{\cos^2 \theta} d\theta \right)}{\left(\frac{R}{\cos \theta} \right)^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cos \theta d\theta$$



III-2- Champ créé par un fil rectiligne indéfini:

Le champ total créé par le fil est donc:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos \theta d\theta$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} [\sin \theta]_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

On obtient finalement :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$



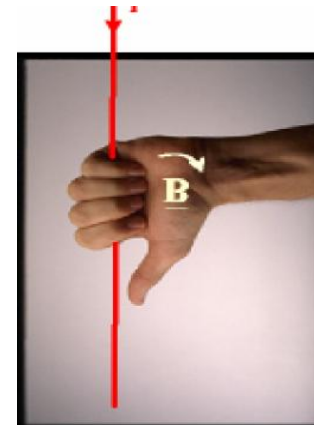
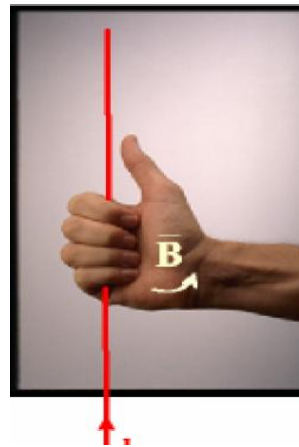
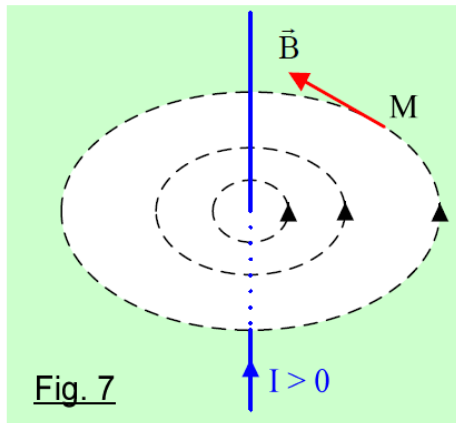
III-2- Champ créé par un fil rectiligne indéfini:

Le champ magnétique obtenu ne dépend que de R distance du fil au point M.

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

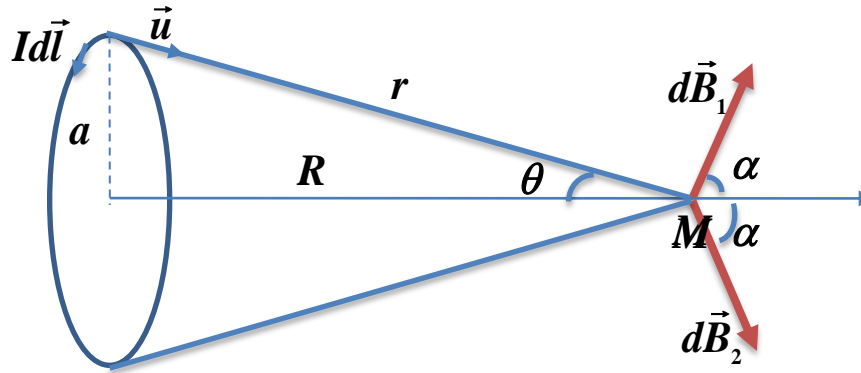
Il est donc constant sur le cercle de rayon R autour du fil.

Le sens et direction de B sont obtenus en mettant le pouce sur le fil dans la direction du courant et les doigts donnent le sens de B





III-3- Champ créé par une boucle de courant suivant son axe:



On cherche le champ créé par une boucle de courant I en un point M sur son axe.

La loi de Biot et Savart donne:

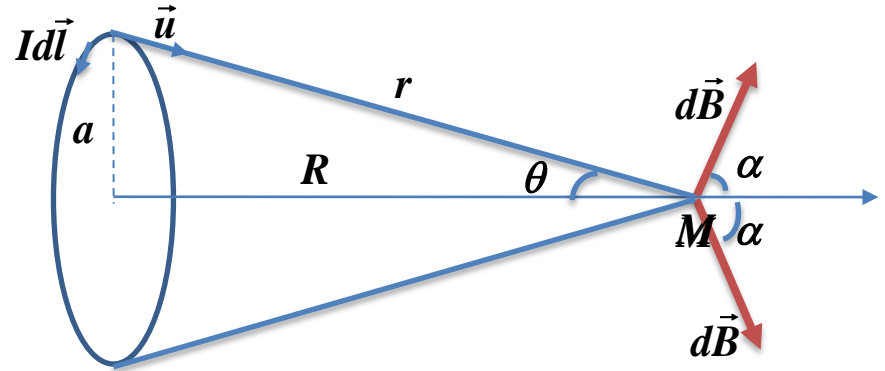
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{u}}{r^2} \Rightarrow dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2}$$

Le champ est perpendiculaire à \vec{u} et à $I d\vec{l}$ donc en appliquant la règle de la main droite on a::

Si on prend un élément $I d\vec{l}$ symétrique le champ créé sera dans cette direction



III-3- Champ créé par une boucle de courant suivant son axe:



Le champ total est donc suivant l'axe de la spire et on a:

$$dB_x = dB \cos \alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \cos \alpha$$

On exprime dans ce cas l'élément de champ en fonction de R, a et dl:

$$\text{comme : } \theta + \alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \theta = \cos \alpha = \frac{a}{r}$$

$$\text{et : } r = \sqrt{a^2 + R^2}$$



III-3- Champ créé par une boucle de courant suivant son axe:

En remplaçant on obtient:

$$dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \sin \theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{a^2 + R^2} \frac{a}{\sqrt{a^2 + R^2}}$$

$$dB_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{aIdl}{(a^2 + R^2)^{3/2}}$$

Enfin le champ total créé par la spire est obtenu en intégrant:

$$B = \int dB_x = \frac{\mu_0 a I}{4\pi (a^2 + R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi a} dl$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(a^2 + R^2)^{3/2}}$$



III-3- Champ créé par une boucle de courant suivant son axe:

Le champ total créé par la spire étant:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(a^2 + R^2)^{3/2}}$$

Cas particuliers :

Au centre de la spire , $R=0$:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2a}$$

Une bobine plate de N spires au centre:

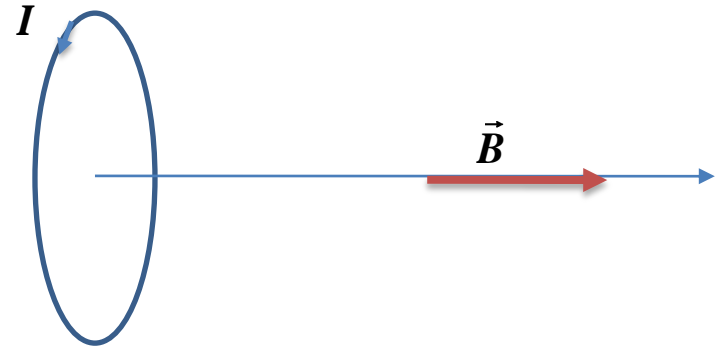
$$B = \frac{\mu_0 NI}{2a}$$



III-4- Dipôle magnétique:

Le champ créé par la spire sur son axe est:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(a^2 + R^2)^{3/2}}$$



On a vu précédemment que le moment dipolaire d'une boucle de courant est

$$\vec{M} = SI = \pi a^2 I \vec{n}$$

Le champ s'écrit alors:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{M}{(a^2 + R^2)^{3/2}}$$

Dans le cas où $a \ll R$ (même approximation que pour le dipôle électrique) on a:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\vec{M}}{R^3}$$



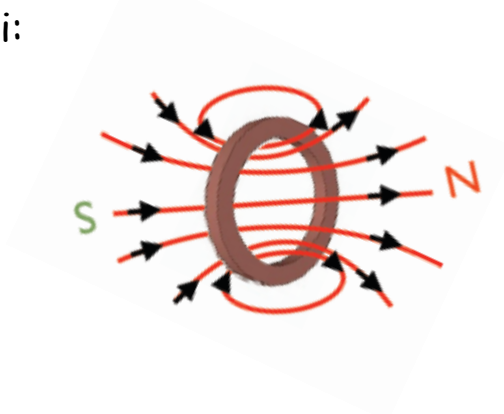
III-4- Dipôle magnétique:

Par analogie avec le dipôle électrique, on peut dire que la boucle de courant est un dipôle magnétique

Si on prend un point M en dehors de l'axe de la spire parcourue par un courant, le champ magnétique s'écrit, en coordonnées polaires:

$$\vec{B} \begin{cases} B_r = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2M}{r^3} \cos \theta \\ B_\theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{M}{r^3} \sin \theta \end{cases}$$

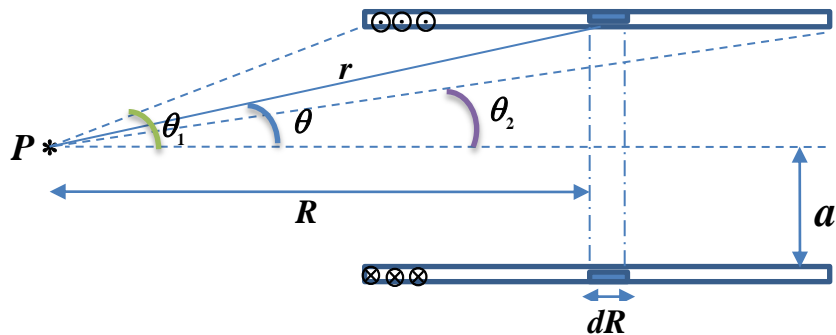
Les lignes de champ sont ainsi:





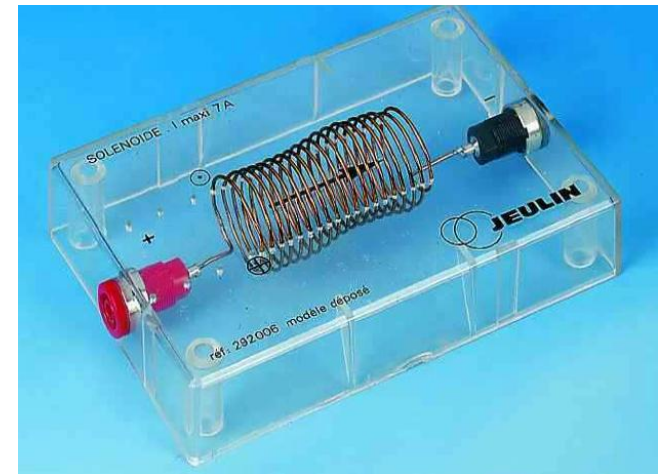
III-5- Champ créé par un solénoïde:

On calcule le champ suivant l'axe du solénoïde en un point P extérieur.



On note n , le nombre de spires par unité de longueur

$$dN = n dR$$

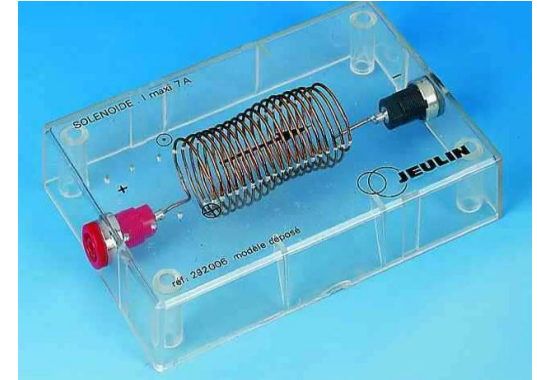




III-5- Champ créé par un solénoïde:

On a vu que le champ créé par une spire de courant sur l'axe est :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(a^2 + R^2)^{3/2}}$$



Si on prend un élément du solénoïde de longueur dR contenant dN spires on a:

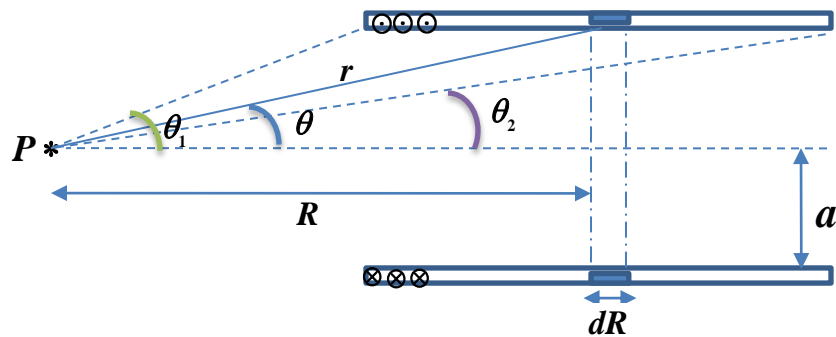
$$dB = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(a^2 + R^2)^{3/2}} dN$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(a^2 + R^2)^{3/2}} n dR$$



III-5- Champ créé par un solénoïde:

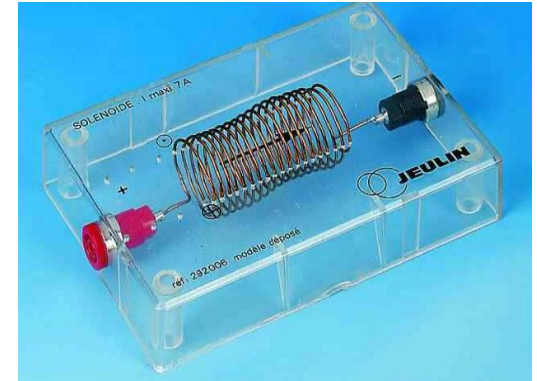
On travaille en fonction de l'angle θ



$$\operatorname{tg} \theta = \frac{a}{R} \Rightarrow R = \frac{a}{\operatorname{tg} \theta}$$

$$dR = -\frac{a}{\sin^2 \theta} d\theta$$

$$\sin \theta = \frac{a}{r} \Rightarrow r = \frac{a}{\sin \theta} = \sqrt{a^2 + R^2}$$



On remplace ces expressions dans celle de dB et on a:

$$dB = \frac{\mu_0 I a^2}{2} n \frac{\sin^3 \theta}{a^3} \left(-\frac{a}{\sin \theta} d\theta \right)$$

$$dB = -\frac{\mu_0 n I}{2} \sin \theta d\theta$$



III-5- Champ créé par un solénoïde:

Pour calculer le champ total, on intègre entre les points extrêmes du solénoïde

$$dB = -\frac{\mu_0 n I}{2} \sin \theta d\theta$$

$$B = \int dB = \int_{\theta_1}^{\theta_2} -\frac{\mu_0 n I}{2} \sin \theta d\theta$$

$$B = -\frac{\mu_0 n I}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin \theta d\theta = -\frac{\mu_0 n I}{2} [-\cos \theta]_{\theta_1}^{\theta_2}$$

$$B = \frac{\mu_0 n I}{2} [\cos \theta_2 - \cos \theta_1]$$

Cas particuliers :

Si le point P est au centre du solénoïde et ce dernier très grand on a:

$$\theta_1 = \pi \text{ et } \theta_2 = 0$$

$$\Rightarrow B = \mu_0 n I$$



III-6- Action mutuelle entre deux fils parcourus par un courant

Soient deux fils (1) et (2) parcourus par des courants I_1 et I_2 .

Comme vu précédemment, chaque fil crée un champ de la forme:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

Le fil (1) crée sur le fil (2) un champ magnétique $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R}$ rentrant

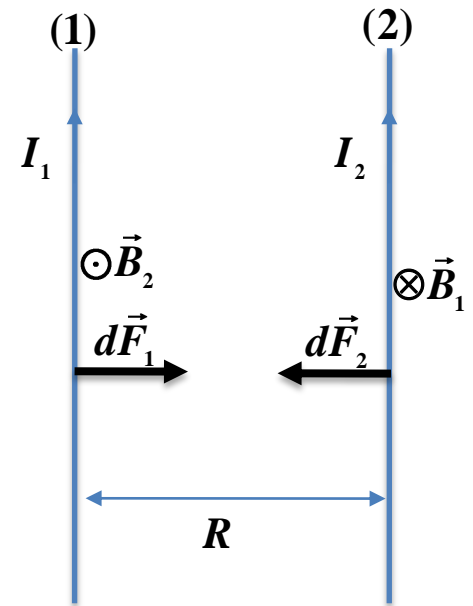
Le fil (2) crée sur le fil (1) un champ magnétique $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R}$ sortant

Un élément de fil de longueur dl est soumis à une force dF telle que:

$$\text{Sur le fil (1): } d\vec{F}_1 = I_1 d\vec{l} \times \vec{B}_2$$

$$\text{Sur le fil (2): } d\vec{F}_2 = I_2 d\vec{l} \times \vec{B}_1$$

$$\text{En module, les deux forces sont égales à : } dF_1 = dF_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R}$$



On a donc attraction entre les deux fils



III-6- Action mutuelle entre deux fils parcourus par un courant

Si les courants sont de sens contraire, il y a répulsion

